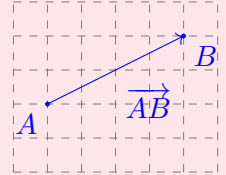


1 Translations et vecteurs associés

Définition

Soient A et B deux points du plan.

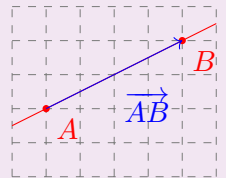
- La translation qui transforme A en B est appelée translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
- Si $A \neq B$, on représente le vecteur $\overrightarrow{AB}$ par une flèche d'origine A et d'extrémité B .
- Si les points A et B sont confondus, on parle alors de vecteur nul, noté $\vec{0}$.



Caractéristiques d'un vecteur

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est défini par :

- sa **direction**, celle de la droite (AB) ;
- son **sens**, allant de A vers B , soit de l'origine vers l'extrémité ;
- sa **norme** $\|\overrightarrow{AB}\| = AB$, soit la longueur du segment $[AB]$.

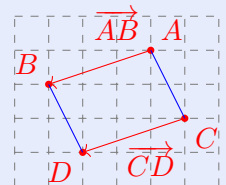


Définition

Deux vecteurs ayant la même direction, le même sens et la même norme sont dits égaux.

Propriété

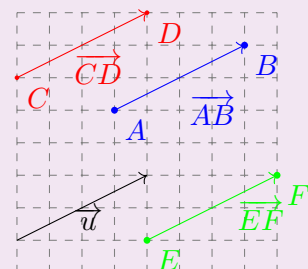
Soient A, B, C et D des points du plan tels que avec $A \neq B$.
 $ABDC$ est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.



Démonstration

Caractéristiques d'un vecteur

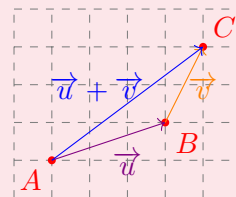
Lorsque $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{EF}$, on dit que $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont des représentants d'un même vecteur qu'on peut également noter avec une seule lettre minuscule $\vec{u}$ indépendamment des deux points.
 Ainsi, $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{EF}$.



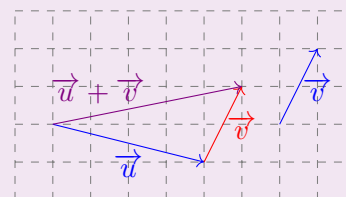
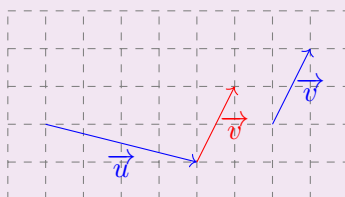
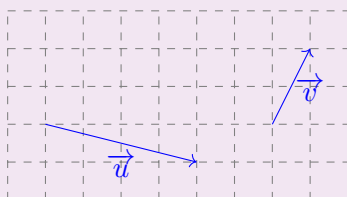
2 Somme et différence de deux vecteurs

Définition. Vecteur somme

La somme des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, notée $\vec{u} + \vec{v}$, est le vecteur associé à la translation obtenue par la translation de vecteur $\vec{u}$ suivie de la translation de vecteur $\vec{v}$.

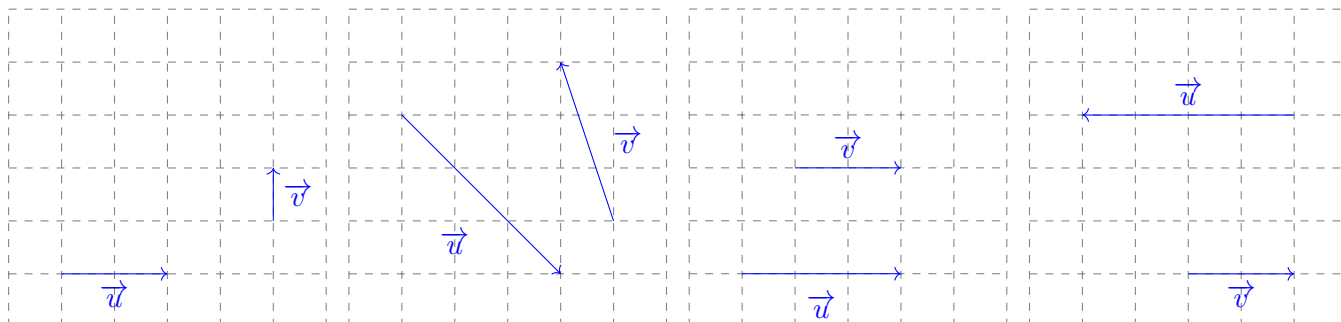


Méthode de construction de $\vec{u} + \vec{v}$

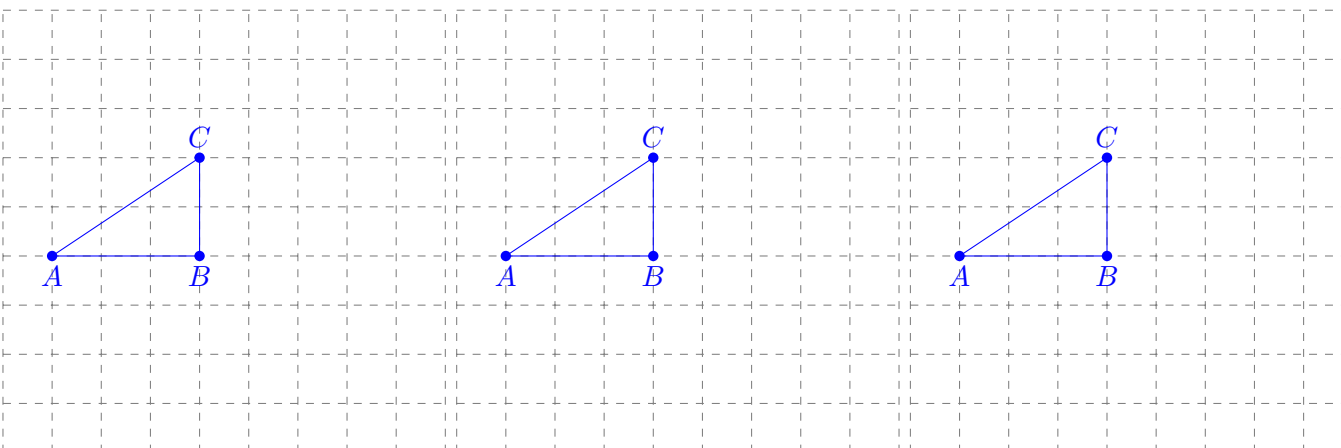


1. Par une translation, on place l'origine d'un représentant de $\vec{v}$ à l'extrémité du vecteur $\vec{u}$.
2. Le vecteur $\vec{u} + \vec{v}$ s'obtient en joignant l'origine de $\vec{u}$ avec l'extrémité du représentant de $\vec{v}$.

Exemples. Tracer dans chaque cas $\vec{u} + \vec{v}$.

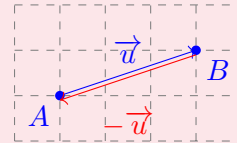


Exemples. Tracer $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA}$.



Définition. Vecteur opposé

Le vecteur opposé du vecteur $\vec{u}$, noté $-\vec{u}$, est le vecteur qui possède la même direction et la même norme mais un sens opposé.



Remarque. • $\vec{AB} = -\vec{BA}$.

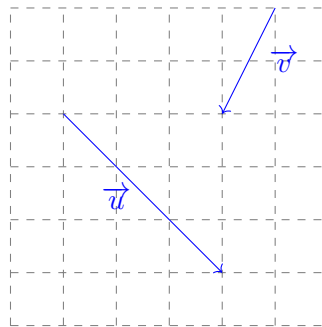
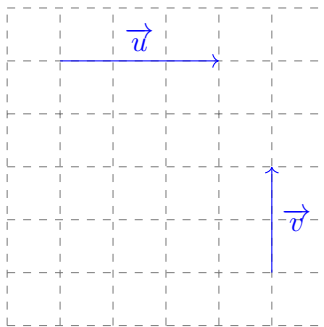
- $\vec{AA} = \vec{0}$.
- Le vecteur nul $\vec{0}$ n'a ni direction, ni sens et il est de longueur nulle.

Propriété

Le vecteur $\vec{u} - \vec{v}$ est défini par la somme $\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$.
Cela signifie que soustraire un vecteur revient à additionner son opposé.

Remarque. $\vec{u} - \vec{u} = \vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{0}$.

Exemples. Tracer dans chaque cas $\vec{u} - \vec{v}$.



Propriété

Pour tous vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$:

- La somme est commutative c-à-d $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$;
- $\vec{u} + (\vec{v} + \vec{w}) = (\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w}$;
- La somme d'un vecteur et de son opposé est le vecteur nul ;
- $\vec{u} + \vec{0} = \vec{u}$.

3 Relation de Chasles

Propriété

Soient A, B, C trois points.

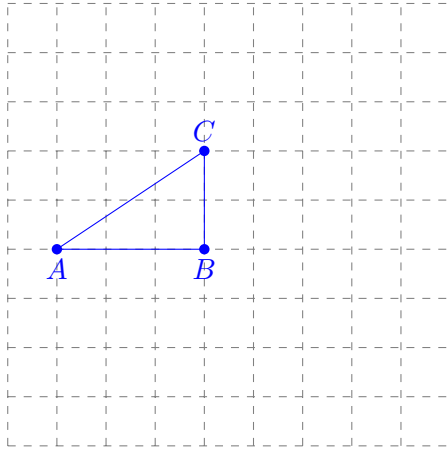
L'enchaînement de la translation de vecteur $\vec{AB}$ puis de la translation de vecteur $\vec{BC}$ donne la translation de vecteur $\vec{AC}$.

Autrement dit, $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$.

Exemples. Simplification des expressions en utilisant la relation de Chasles :

1. $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} = \dots\dots\dots$
2. $\vec{AC} + \vec{BA} + \vec{CB} = \dots\dots\dots$
3. $\vec{BE} + \vec{CA} + \vec{DB} + \vec{EC} + \vec{AD} = \dots\dots\dots$

Exercice. Simplifier et placer les points M et P tels que $\vec{AM} = \vec{AB} - \vec{AC}$ et $\vec{PB} = -\vec{AC} + \vec{BC}$.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

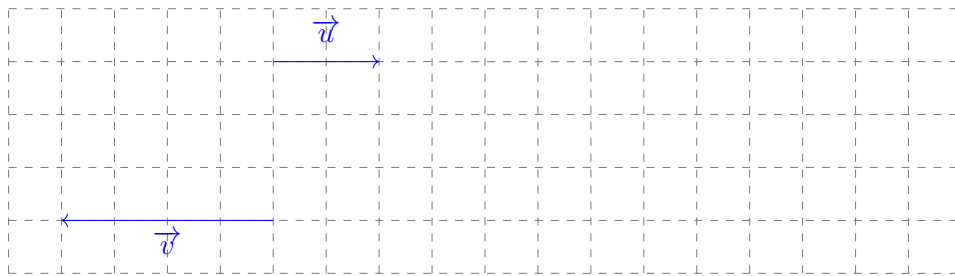
4 Produit d'un vecteur par un nombre réel

Propriété

Soit $\vec{u}$ un vecteur non nul et k un nombre réel non nul, alors le vecteur $k\vec{u}$ résultant de la multiplication de $\vec{u}$ par k , est défini par :

- sa direction : la même que celle de $\vec{u}$,
- son sens : ce lui de $\vec{u}$ si $k > 0$, l'opposé de celui de $\vec{u}$ si $k < 0$.
- sa norme : $\|k\vec{u}\| = |k| \|\vec{u}\|$.

Exemples. Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs définis comme suit. Construire $2\vec{u}$, $-3\vec{u}$, $\frac{3}{4}\vec{v}$ et $-\frac{1}{4}\vec{v}$.



Propriété

Pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et pour tous réels k et k' :

- $k(k'\vec{u}) = (kk')\vec{u}$.
- $k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}$.
- $(k + k')\vec{u} = k\vec{u} + k'\vec{u}$.

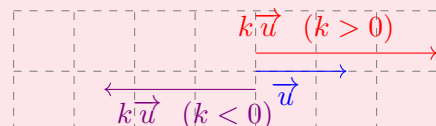
Exemples. Simplification

- $\frac{1}{2}\vec{u} - \frac{1}{3}\vec{u} = \dots\dots\dots$
- $3\vec{u} - 2\vec{v} - \vec{u} - 2(\vec{u} - \vec{v}) = \dots\dots\dots$
- $3(2\vec{u} - \vec{v}) - 2(3\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}) = \dots\dots\dots$

5 Vecteurs colinéaires & Vecteur directeur

Définition

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls.
 $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont dits colinéaires, s'il existe un nombre réel non nul k tel que $\vec{v} = k\vec{u}$. k est appelé coefficient de colinéarité.



Remarque. $\vec{0}$ est colinéaire à tout vecteur. En effet, si $\vec{u} = \vec{0}$ ou si $k = 0$, alors $k\vec{u} = \vec{0}$.

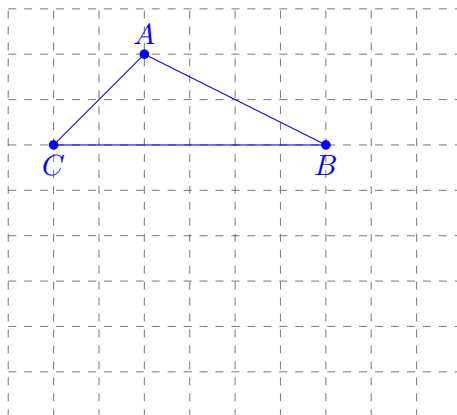
Définition

On appelle **vecteur directeur** d'une droite tout vecteur formé par deux points distincts de la droite.

Propriété

Si les vecteurs non nuls $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires alors on peut en déduire que les points A , B et C sont alignés.

Exemple. Soient I et J deux points tels que $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$. Montrer que les points A , I et J sont alignés.



Propriété

Si les vecteurs non nuls $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires alors on peut en déduire que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Exemple. Soient M et P deux points tels que $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$. Montrer que les droites (MP) et (AC) sont parallèles.

