



1 Étude du signe d'une fonction

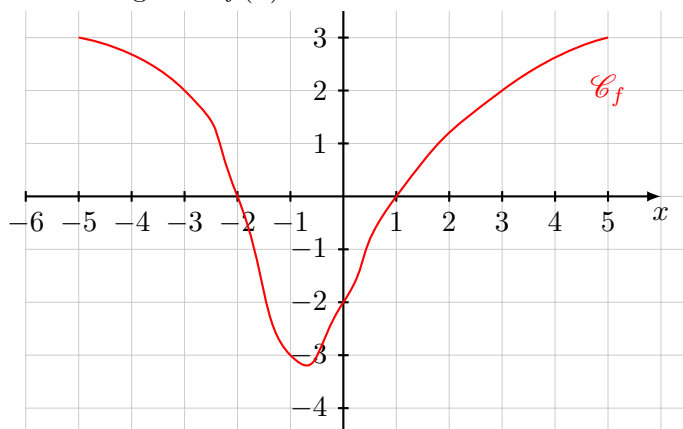
Définition

L'étude du signe d'une fonction permet de savoir quand la fonction est positive, négative ou nulle. Pour une fonction f sur un ensemble I .

- Le signe est positif si $f(x) > 0$, pour tout x dans I .
- Le signe est négatif si $f(x) < 0$, pour tout x dans I .
- Le signe est nul pour les valeurs de x telles que $f(x) = 0$.

Exemples. f est une fonction définie sur $[-5; 5]$ par sa courbe ci-dessous.

- Le signe de $f(x)$ est strictement positif si
- Le signe de $f(x)$ est strictement négatif si
- Le signe de $f(x)$ est nul si

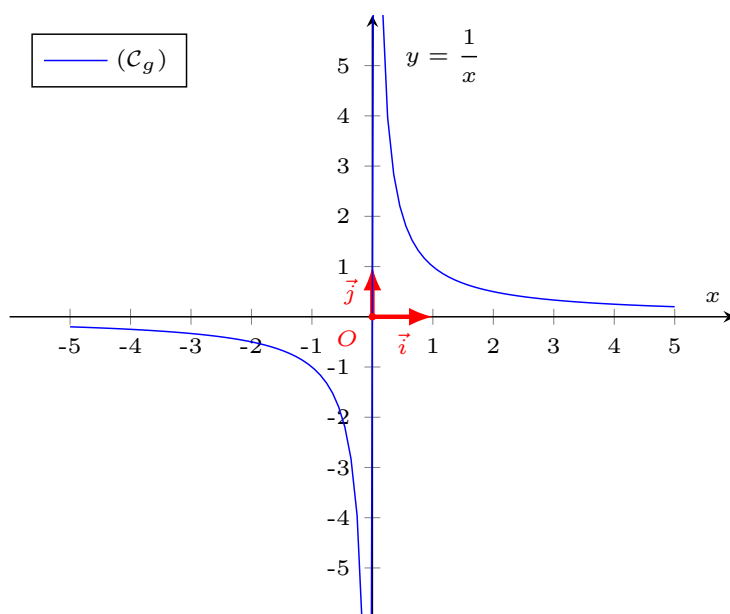


On peut présenter ces résultats dans un tableau de signes.

x	-5	-2	1	5
$f(x)$		0	0	

g est une fonction définie par $g(x) = \frac{1}{x}$ sur $\mathbb{R}^*$.

- Le signe de $g(x)$ est strictement positif si
- Le signe de $g(x)$ est strictement négatif si



On peut présenter ces résultats dans un tableau de signes.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$			

2 Étude du signe d'une fonction affine

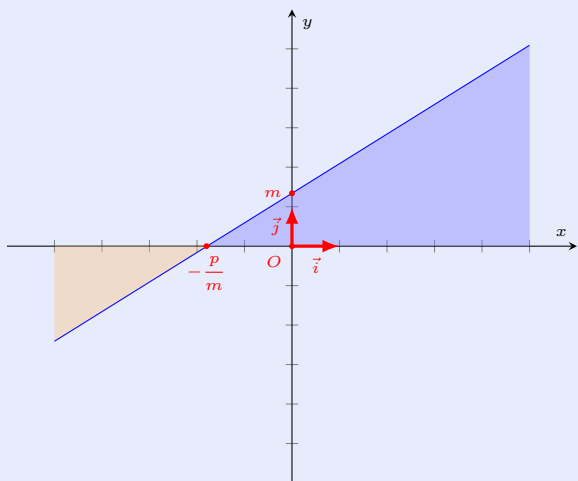
Propriété

Soit m et p deux nombres réels avec $m \neq 0$.

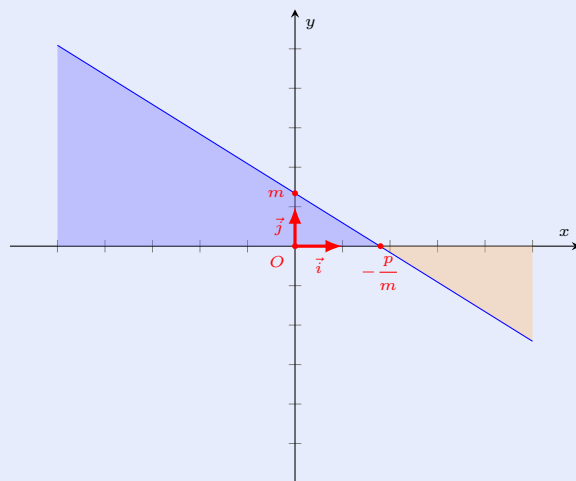
La fonction affine f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = mx + p$ s'annule et change de signe en $x = -\frac{p}{m}$.

Si $m > 0$, f est croissante.

Si $m < 0$, f est décroissante.



x	$-\infty$	$-\frac{p}{m}$	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$



x	$-\infty$	$-\frac{p}{m}$	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$

Exemples. Fonctions affines croissantes et décroissantes.

— Signe de $f(x) = 4x - 8$.

.....

x	$-\infty$	$\dots$	$+\infty$
$f(x)$		0	

— Signe de $g(x) = 9 - 3x$.

.....

x	$-\infty$	$\dots$	$+\infty$
$g(x)$		0	

3 Signe d'un produit

Propriété

Règles : Pour déterminer le signe du produit de deux fonctions, on construit un tableau de signes à 4 lignes.

- Sur la première ligne, on note le domaine de définition et les valeurs de x qui annulent chaque facteur.
- Une ligne pour chaque facteur pour déterminer son signe.

— Une dernière ligne pour déterminer le signe du produit obtenu en appliquant la règle des signes.

Exemples. Signe de $h(x) = f(x)g(x) = (4x - 8)(9 - 3x)$.

x	$-\infty$	$\dots$	$\dots$	$+\infty$
$f(x)$		0		
$g(x)$			0	
$h(x)$		0	0	

4 Signe d'un quotient

Propriété

Règles : Pour déterminer le signe du quotient de deux fonctions, on construit un tableau de signes à 4 lignes.

- Sur la première ligne, on note les valeurs de x qui annulent numérateur et dénominateur.
- Une ligne pour donner le signe du numérateur.
- Une ligne pour donner le signe du dénominateur.
- Une dernière ligne pour déterminer le signe du quotient obtenu en appliquant la règle des signes.

Exemples. Signe de $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{4x - 8}{9 - 3x}$.

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$
$f(x)$		0		
$g(x)$			0	
$h(x)$		0		