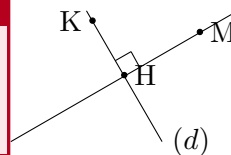


1 Projeté orthogonal

Définition

On appelle **projeté orthogonal** d'un point M sur une droite (d) avec M extérieur à cette droite, le point H intersection de la droite (d) et de la perpendiculaire à la droite (d) passant par M .



Définition

On appelle distance d'un point M à une droite (d) la longueur MH où H est le projeté orthogonal de M sur la droite (d) .

Propriété

La **distance d'un point à une droite** est la plus courte distance entre le point M et un point de la droite.

Démonstration

.....

.....

.....

.....

.....

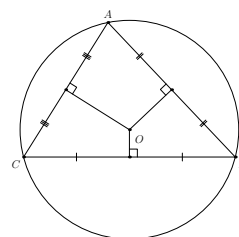
2 Droites remarquables

Définition

La **médiatrice** est la perpendiculaire à un côté passant par son milieu.

Propriété

Les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes en un même point O .
Ce point est le **centre du cercle circonscrit** du triangle.



Démonstration

.....

.....

.....

.....

.....

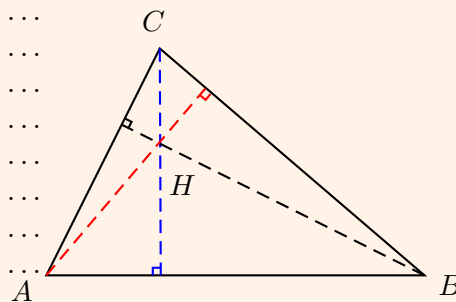
Définition

La **hauteur** est la perpendiculaire à un côté passant par le sommet opposé.

Propriété

Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes en un même point H . Ce point est appelé l'**orthocentre** du triangle.

Démonstration

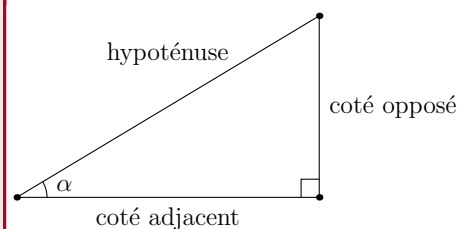


3 Triangle rectangle

Définition

Relations trigonométriques. Dans un triangle rectangle :

- $\cos(\alpha) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$.
- $\sin(\alpha) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$.
- $\tan(\alpha) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$.



Propriété

Théorème de Pythagore : Dans un triangle rectangle : $\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1$.

Démonstration

4 Triangles semblables

Définition

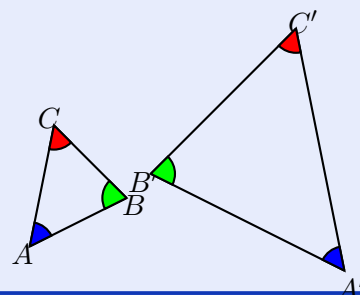
Deux triangles sont **semblables** si et seulement si leurs angles sont deux à deux de même mesure.

Propriété

Deux triangles ABC et $A'B'C'$ sont semblables si et seulement si les longueurs des côtés opposés aux angles égaux sont proportionnelles. Autrement dit,

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = k.$$

Si $k < 1$, alors $A'B'C'$ est une réduction de ABC de rapport k .
Si $k > 1$, alors $A'B'C'$ est un agrandissement de ABC de rapport k .

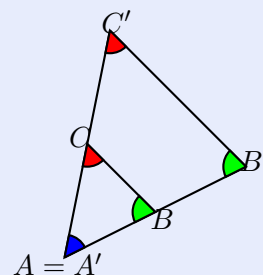


Propriété

Configuration de Thalès :

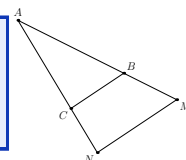
Dans un triangle $A'B'C'$, si B est sur la droite $(A'B')$, si C est sur la droite $(A'C')$ et si la droite (BC) est parallèle à $(B'C')$ alors

$$\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{BC}{B'C'}.$$



Propriété

Dans un triangle ABC , si M est sur la droite (AB) , si N est sur la droite (AC) , si A, M, B et A, N, C sont alignés dans le même ordre et si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ alors $(MN) \parallel (BC)$.



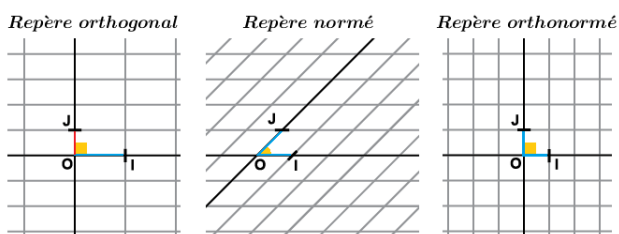
5 Géométrie avec repère

Définition

Soient O, I et J trois points distincts non alignés. (O, I, J) est le repère d'origine O ayant pour axe des abscisses (OI) , pour axe des ordonnées (OJ) et tel que I et J sont les points de coordonnées respectives $(1; 0)$ et $(0; 1)$.

Remarque. Les deux cas particuliers qui sont le plus souvent utilisés sont les suivants.

- Si le triangle OIJ est rectangle en O , le repère est dit orthogonal.
- Si le triangle OIJ est isocèle et rectangle en O , le repère est dit orthonormé ou orthonormal.



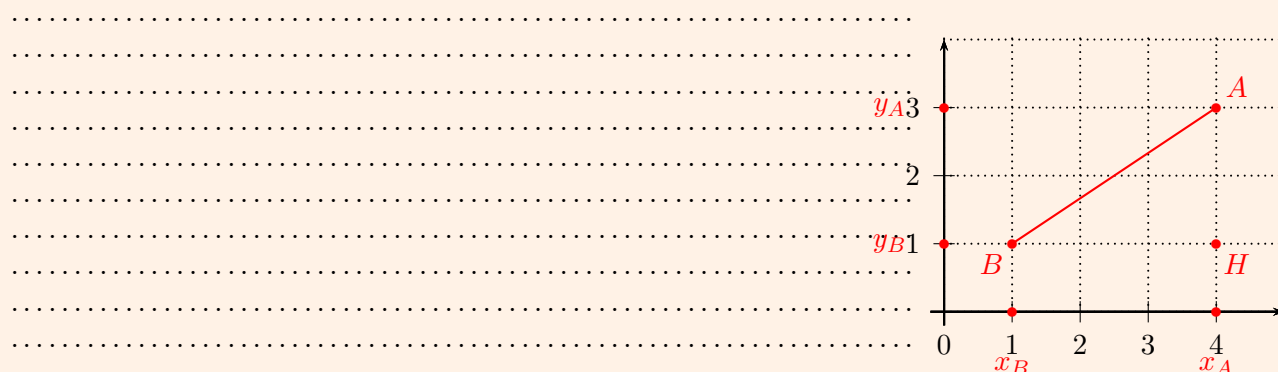
Propriété

Distance entre deux points :

Dans un repère orthonormé, la longueur AB du segment $[AB]$ où $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ est donnée par la relation :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}.$$

Démonstration



Propriété

Coordonnées du milieu d'un segment :

Dans un repère quelconque, le milieu d'un segment $[AB]$ où $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ a pour coordonnées :

$$\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2} \right).$$

Exemple. Soient $A(3; -1)$ et $B(-2; 5)$ deux points d'un plan muni d'un repère orthonormé alors le milieu du segment $[AB]$ a pour coordonnées $\left(\frac{3 + (-2)}{2}; \frac{-1 + 5}{2} \right)$, soit $\left(\frac{1}{2}; 2 \right)$.