10 Probabilités

Corrigés

Série d'exercices — **Classe : Seconde** — **Lycée : Evariste Galois**

Exercice n°1

- $p(A) = \frac{1}{32}$
- $p(B) = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$
- $p(C) = 1$
- $p(D) = p\,(\text{« roi »}) + p\,(\text{« coeur »}) - p\,(\text{« roi et coeur »})$
  $= \frac{4}{32} + \frac{8}{32} - \frac{1}{32}$
  $= \frac{11}{32}$.

Exercice n°2

1. $\overline{A}$: « La carte tirée n'est pas as ».
   $A \cap B$: « la carte tirée est un as et un coeur ».
   $A \cup B$: « la carte tirée est un as ou un coeur ».
2. $p(A) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$
   $p(B) = \frac{13}{52} = \frac{1}{2}$.
   $p(A \cap B) = \frac{1}{52}$.
   $p(A \cup B)$
   $= p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52} = \frac{4}{13}$.
   $p(\overline{A}) = 1 - p(A) = 1 - \frac{1}{13} = \frac{12}{13}$.

Exercice n°3

a) $p(\overline{A}) = 1 - p(A) = 1 - 0{,}7 = 0{,}3$.
b) $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 1{,}2 - 0{,}3 = 0{,}9$.
c) $p(\overline{A} \cap B) = p(B) - p(A \cap B) = 0{,}5 - 0{,}3 = 0{,}2$.

Exercice n°4

Soit S et T deux événements tels que :
$p(\overline{S}) = 0{,}5, \quad p(T) = 0{,}6 \quad \text{et} \quad p(S \cup T) = 0{,}9$.

a) On sait que :
$p(S \cap T) = p(S \cup T) - p(S) - p(T)$.
Or, $p(S) = 1 - p(\overline{S}) = 1 - 0{,}5 = 0{,}5$.
Par conséquent,
$p(S \cap T) = 0{,}5 + 0{,}6 - 0{,}9 = 0{,}2$.
b) $p(\overline{S \cup T}) = 1 - p(S \cup T) = 1 - 0{,}2 = 0{,}8$.

Exercice n°5

Robin des Bois atteint sa cible avec une probabilité de 0,7.
Soit R l'événement : « Cible atteinte ».
$p(\overline{R}) = 1 - p(R) = 1 - 0{,}7 = 0{,}3$.

Exercice n°6

On considère des événements A et B incompatibles tels que $p(\overline{A}) = 0{,}4$ et $p(B) = 0{,}2$.
On sait que :
$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$.
Or, $p(A) = 1 - p(\overline{A}) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$ et $p(A \cap B) = 0$.
Ainsi, $p(S \cup T) = 0{,}2 + 0{,}6 = 0{,}8$.

Exercice n°7

A et B sont deux événements tels que : $p(A) = 0{,}8$ et $p(B) = 0{,}53$.

1. Si A et B sont incompatibles, alors : $p(A \cap B) = 0$.
   Cela implique, $p(A \cup B) = p(A) + p(B) = 0{,}8 + 0{,}53 = 1{,}33 > 1$.
   Absurde ! Les deux événement ne sont donc pas incompatible.
2. Sachant que $p(A \cup B) = 0{,}95$, alors
   a) $p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B) = 0{,}8 + 0{,}53 - 0{,}9 = 01{,}33 - 0{,}9 = 0{,}43$.
   b) $p(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0{,}8 - 0{,}43 = 0{,}37$.

Exercice n°8

On considère deux événements V et F tels que :
$p(V) = 0{,}4 \quad p(F) = 0{,}3 \quad \text{et} \quad p(V \cup F) = 0{,}8$.

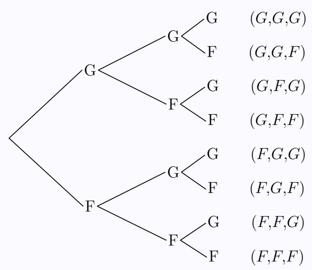
On sait que : $p(V \cup F) = p(V) + P(F) - p(V \cap F)$.
Autrement dit, $p(V \cap F) = p(V) + P(F) - p(V \cup F)$.
Soit, $p(V \cap F) = 0{,}4 + 0{,}3 - 0{,}8 = -0{,}1 < 0$. Absurde !
Sara a donc raison.

Exercice n°9

On considère deux événements V et F tels que :
$p(V) = 0{,}6$ et $p(V \cup F) = 0{,}55$.
On sait que : $p(V \cup F) = p(V) + P(F) - p(V \cap F)$.
Autrement dit, $0{,}55 = 0{,}6 + p(F) - p(V \cap F)$.
Ce qui implique que, $p(F) - p(V \cap F) < 0$. Absurde !
Maria a complétement raison.

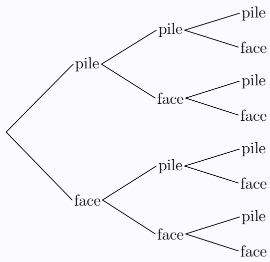
Exercice n°10

1.



2. — $p(A) = \frac{1}{8}$
   — $p(B) = p\,(\text{« 3 filles »}) + p\,(\text{« 3 garçons »})$
   $= \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$.
   — $p(C) = \frac{7}{8}$.

Exercice n°11



— $p(A) = \frac{3}{8}$.
— $p(B) = \frac{7}{8}$.
— $p(C) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

Exercice n°12

120 élèves de Terminale se répartissent de la façon suivante :

	Filles	Garçons
Pratiquent un sport	65	23
Ne pratiquent aucun sport	21	11

— $p(A) = \frac{65}{120}$.
— $p(B) = \frac{65+21}{120} = \frac{86}{120}$.
— $p(C) = \frac{11}{120}$.

Exercice n°13

Une urne contient quatre boules numérotées ❶ ❷ ❸ ❹ indiscernables au toucher.
On tire au hasard successivement deux boules, en remettant la première boule tirée dans lurne.

— A est l'événement : « La somme des points obtenus est égale à 4. »
— B est l'événement : « Le produit des points obtenus est égale à 4. »

a) Tableau à double entrée représentant les sommes.

Tirage 1 \ Tirage 2	1	2	3	4
1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8

Tableau représentant les produits.

Tirage 1 \ Tirage 2	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	4	6	8
3	3	6	9	12
4	4	8	12	16

b) $p(A) = \frac{3}{16}$ et $p(B) = \frac{3}{16}$.

c) $A \cap B$: « obtenir une somme égale 4 et un produit égal 4. »
et $A \cup B$: « obtenir soit une somme égale à 1, soit un produit égal à 4. » .

d) $p(A \cap B) = \dfrac{1}{16}$.

Ainsi, $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{3}{16} + \frac{3}{16} - \frac{1}{16} = \frac{5}{16}$.

Exercice n°14

1. Compléter le tableau suivant :

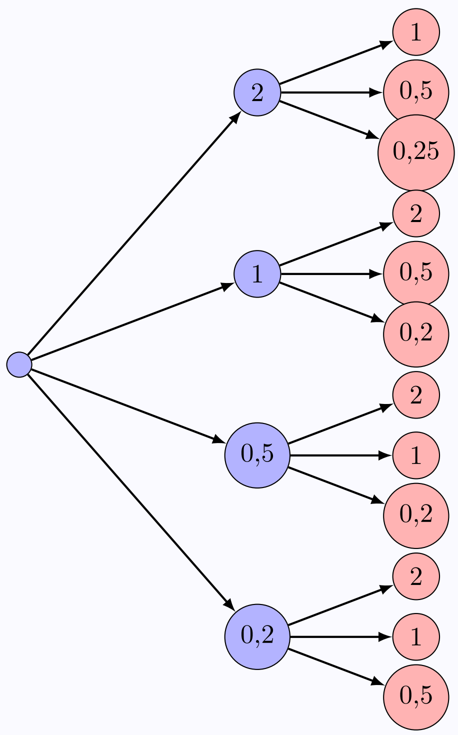
	Présentent le défaut A	Ne présentent pas le défaut A	Total
Présentent le défaut B	120	450	570
Ne présentent pas le défaut B	880	8550	9430
Total	1000	9000	10 000

2. On choisit au hasard une de ces 10 000 montres.
   — $p(A) = \frac{1000}{10000} = 0{,}1$.
   — $p(B) = \frac{570}{10000} = 0{,}057$.
   — $p(C) = \frac{120}{10000} = 0{,}012$.
   — $p(D) = p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(C) = 0{,}145$.

Exercice n°15

1. Voici une loi de probabilité associée à cette expérience aléatoire.
   $p(A) = p(B) = p(C) = p(D) = \dfrac{1}{4}$.
   Avec,
   A : l'événement obtenir « 2 € » ;
   B : l'événement obtenir « 1 € » ;
   C : l'événement obtenir « 0,50 € » ;
   D : l'événement obtenir « 0,50 € ».

2. Voici l'arbre de probabilité :



Soit E l'événement : « les deux pièces sont suffisantes pour acheter un pain aux raisins à 1,30 €. »
$p(E) = \dfrac{8}{12} = \dfrac{2}{3}$.

Exercice n°16

On utilise un dé truqué tel que :

— les faces portant un chiffre pair ont la même probabilité d'apparition.

— les faces portant un chiffre impair ont la même probabilité d'apparition.

— la probabilité d'apparition d'un chiffre pair est le triple de la probabilité d'apparition d'un chiffre impair.

1. Soit A_n l'événement obtenir la face n, avec n un entier compris entre 1 et 6.
   $p(A_1) = p(A_3) = p(A_5) = \frac{1}{12}$.
   $p(A_2) = p(A_4) = p(A_6) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.

2. Soit B l'événement : « obtenir un chiffre pair. »
   $p(B) = \frac{3}{4}$.

Exercice n°17

Une urne contient 6 jetons.
Calculer le nombre de tirages possibles dans les cas suivants :

1. $\overbrace{6}^{\text{1er jeton}} \times \overbrace{6}^{\text{2ème jeton}} = 36.$
2. $\overbrace{6}^{\text{1er jeton}} \times \overbrace{5}^{\text{2ème jeton}} = 30.$
3. $\overbrace{6}^{\text{1er jeton}} \times \overbrace{6}^{\text{2ème jeton}} \times \overbrace{6}^{\text{3ème jeton}} = 216.$
4. $\overbrace{6}^{\text{1er jeton}} \times \overbrace{5}^{\text{2ème jeton}} \times \overbrace{4}^{\text{3ème jeton}} = 120.$

Exercice n°18

On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes, puis on la remet dans le jeu. On tire alors une seconde carte.

1. $\overbrace{32}^{\text{1ere carte}} \times \overbrace{32}^{\text{2ème carte}} = 1024$
2. — $p(A) = \dfrac{\overbrace{16}^{\text{rouge}} \times \overbrace{16}^{\text{rouge}}}{1024} = \dfrac{256}{1024} = \dfrac{1}{4}.$

   — $p(B) = \dfrac{\overbrace{8}^{\text{trèfle}} \times \overbrace{8}^{\text{trèfle}}}{1024} = \dfrac{64}{1024} = \dfrac{1}{16}.$

   — $p(C) = \dfrac{\overbrace{16}^{\text{noire}} \times \overbrace{16}^{\text{noire}}}{1024} + \dfrac{\overbrace{16}^{\text{rouge}} \times \overbrace{16}^{\text{rouge}}}{1024} = \dfrac{256}{1024} + \dfrac{256}{1024} = \dfrac{1}{2}.$

   — $p(D) = \dfrac{\overbrace{4}^{\text{as}} \times \overbrace{4}^{\text{as}}}{1024} = \dfrac{16}{1024} = \dfrac{1}{64}.$

Exercice n°19

Une urne contient 15 boules. On compte autant de boules rouges que de boules vertes, alors qu'il n'y a que trois boules bleues.
On tire au sort une boule de l'urne et on regarde la couleur obtenue.
Proposer une loi de probabilité permettant de modéliser cette expérience aléatoire.

Exercice n°20

On s'intéresse au contrôle technique des véhicules de marques A et B.
En 2013, sur 571 870 véhicules contrôlés, 266 430 sont de marque A et 305 440 de marque B.
Pour 8 % des véhicules de marque A et 6 % des véhicules de marque B, le contrôle technique est non conforme.
On choisit un de ces véhicules au hasard et on note :
A lévénement : « Le véhicule est de la marque A. »
C lévénement : « Le contrôle technique est conforme. »

1. Déterminer p(A).
2. (a) Décrire par une phrase lévénement $C \cap A$.
   (b) Calculer la probabilité $p(C \cup A)$.
3. Justifier que $p(C)$ est égale à 0,93, à 10^{-2} près.