Corrigés

Série d'exercices — Classe : Seconde — Lycée : Evariste Galois

Exercice n°1

Compléter le tableau suivant :

En français	En mathématiques
L'image de 2 est 3	$f(2) = 3$
1 est l'image de 8	$f(8) = 1$
5 est l'antécédent de 4	$f(5) = 4$
13 a pour antécédent -7	$f(-7) = 13$

Exercice n°2

Voici un tableau de valeurs d'une fonction f :

x	$f(x)$
0	5
1	-2
2	-5
3	5
4	10

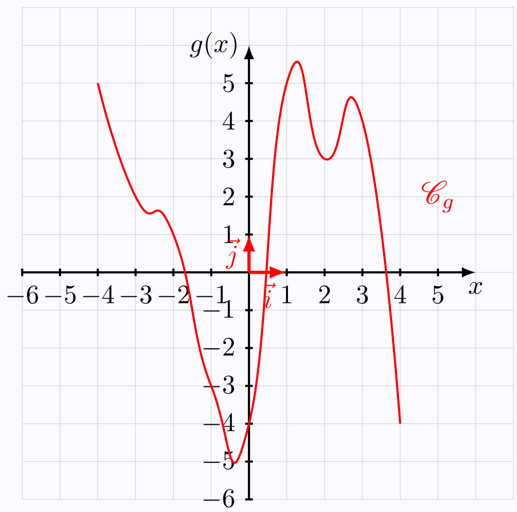
a. 1 a pour image -2.
b. 0 et 3 sont les antécedents de 5.
c. 10 a pour antécédent 4.

Exercice n°3

Voici un tableau de valeurs d'une fonction g.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$g(x)$	5	2	1	-3	-4	5	3	4	-4

1. 4 est l'image de 3 par la fonction g.
2. -1 a pour image -3 par la fonction g ?
3. -4 est l'image de 0 et 4.
   5 est l'image de 1 et -4.
4. Voici la représentation graphique.



Exercice n°4

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{2}x - 1$.

- ⋆ 3 est l'image de 8 par f. En effet, $f(8) = \frac{1}{2} \times 8 - 1 = 3$.
- ⋆ -4 est l'antécédent -3 par f. En effet, $\frac{1}{2}x - 1 = -3 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x = -2 \Leftrightarrow x = -4$.

Exercice n°5

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 1$.

- ⋆ 0 est l'image de -1 par f. En effet, $f(-1) = (-1)^2 - 1 = 0$.
- ⋆ 2 et -2 sont les antécédents 3 par f. En effet, $x^2 - 1 = 3 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = -2$.

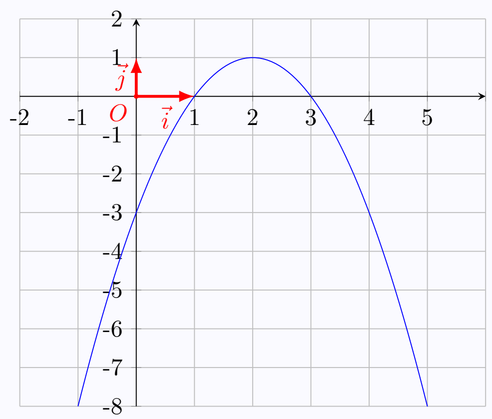
Exercice n°6

Soit f la fonction définie sur $]2; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x+1}{x-2}$.

1. 4 et 2 sont respectivement les images de 3 et 5 par f. En effet, $f(3) = \dfrac{3+1}{3-2} = 4$ et $f(5) = \dfrac{5+1}{5-2} = 2$.
2. $\dfrac{7}{2}$ est le seul antécédent de 3 par f. En effet, $f(x) = 3 \Leftrightarrow \dfrac{x+1}{x-2} = 3 \Leftrightarrow x+1 = 3(x-2) \Leftrightarrow x+1 = 3x-6 \Leftrightarrow 1+6 = 3x-x \Leftrightarrow 7 = 2x \Leftrightarrow x = \dfrac{7}{2}$ et $\dfrac{7}{2} \in]2; +\infty[$.

Exercice n°7

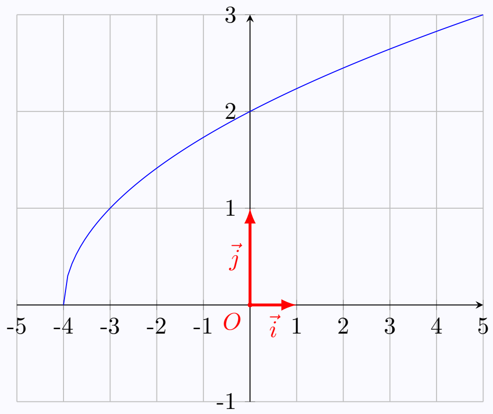
Soit f la fonction définie sur $[-1; 5]$ dont la courbe est donnée ci-dessous.



1. Selon la représentation graphique : $f(-1) = -8$, $f(0) = -3$ et $f(1) = 0$.
2. Selon la représentation graphique 0 et 4 sont les antécédents de -3 par f.
3. Quand x varie dans $[-1; 5]$, $f(x) \in [-8; 1]$.

Exercice n°8

On considère la fonction f définie sur $[-4\,;\,5]$ dont la courbe est donnée ci-dessous.



1. Selon la représentation graphique 0 est l'image par de -4 par f.
2. Selon la représentation graphique 3 est l'image de 5 par f.
3. Selon la représentation graphique 0 est l'antécédent de 2 par f.
4. Selon la représentation graphique -3 est l'antécédent de 1 par f.

Exercice n°9

1. $\mathbb{R}^*$ est un ensemble symétrique par rapport à 0. En effet, pour tout x de $\mathbb{R}^*$, $-x \in \mathbb{R}^*$.
2. $[-1;+\infty[$ n'est pas un ensemble symétrique par rapport à 0. En effet, à titre d'exemple, $2 \in [-1;+\infty[$ mais $-2 \notin [-1;+\infty[$.
3. $\mathbb{R}/\{-2;2\}$ est un ensemble symétrique par rapport à 0. En effet, pour tout x de $\mathbb{R}/\{-2;2\}$, $-x \in \mathbb{R}/\{-2;2\}$.

Exercice n°10

1. La fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = -\dfrac{4}{x}$ est impaire. En effet,
   $\mathbb{R}^*$ est symétrique par rapport à 0, et pour tout x de $\mathbb{R}^*$,
   $f(-x) = -\dfrac{4}{-x} = \dfrac{4}{x} = -f(x)$.
2. La fonction f définie sur $[-1;+\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x+1}$ n'est ni paire, ni impaire. En effet,
   $[-1;+\infty[$ n'est pas symétrique par rapport à 0.
3. La fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{-2;2\}$ par $f(x) = \dfrac{1}{x^2-4}$ est paire. En effet,
   $\mathbb{R} - \{-2;2\}$ est symétrique par rapport à 0 et pour tout x de $\mathbb{R} - \{-2;2\}$,
   $f(-x) = \dfrac{1}{(-x)^2-4} = \dfrac{1}{x^2-4} = f(x)$.

Exercice n°11

1. $\mathbb{R}$ est symétrique par rapport à 0 et pour tout x, $f(-x) = 3(-x) = -3x = -f(x)$. Donc f est impaire.
2. $\mathbb{R}$ est symétrique par rapport à 0 et pour tout x, $f(-x) = 4-(-x)^2 = 4-x^2 = f(x)$. Donc f est paire.
3. $\mathbb{R}$ est symétrique par rapport à 0 et pour tout x, $f(-x) = (-x)^2 + (-x) = x^2 - x$ qui est ni égal à $f(x)$, ni égal à $-f(x)$. Donc, f n'est ni paire, ni impaire.
4. $\mathbb{R}$ est symétrique par rapport à 0 et pour tout x, $f(-x) = \dfrac{3(-x)}{(-x)^2+4} = -\dfrac{3x}{x^2+4} = -f(x)$. Donc f est impaire.
5. $]-\infty\,;\,1[\bigcup]1\,;\,+\infty[$ n'est pas symétrique par rapport à 0, donc f est ni paire, ni impaire.

Exercice n°12

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ telle que :

- f est paire
- f est croissante sur $[0;+\infty[$
- $f(3) = 4$

Voici les réponses.

- *Proposition 1* : f est croissante sur $]-\infty;0[$ et $f(-3) = -4$.
  Cette proposition est fausse. En effet, f étant paire, $f(-3) = 4 \neq -4$.
- *Proposition 2* : f est décroissante sur $]-\infty;0[$ et $f(-3) = 4$
  Cette proposition est vraie. f étant paire, elle est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées. Ainsi, f est croissante sur $]-\infty;0[$ entraine que f est décroissante sur $]-\infty;0[$. Et par définition, $f(-3) = 4$.
- *Proposition 3* : f est décroissante sur $]-\infty;0[$ et $f(-3) = -4$.
  Cette proposition est fausse. En effet, f étant paire, $f(-3) = 4 \neq -4$.

Exercice n°13

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ telle que :

- f est impaire.
- f est décroissante sur $[0;+\infty[$.
- $f(2) = -1$.

Voici les réponses.

- *Proposition 1* : f est croissante sur $]-\infty;0[$ et $f(-2) = 1$.
  Cette proposition est fausse. f est impaire et donc symétrique par rapport à l'origine du repère O. Donc si f est décroissante sur $[0;+\infty[$, elle est aussi sur $]-\infty;0[$.
- *Proposition 2* : f est croissante sur $]-\infty;0[$ et $f(-2) = -1$.
  Cette proposition est fausse. En effet, f étant impaire, $f(-2) = -f(2) = 1 \neq -1$.
- *Proposition 3* : f est décroissante sur $]-\infty;0[$ et $f(-2) = 1$.
  Cette proposition est vraie.

Exercice n°14

On donne ci-dessous le tableau de variations d'une fonction f définie sur $[0\,;\,7]$.

x	0		4		7
$f(x)$	2	↘	-3	↗	-1

Voici les réponses.

— *Proposition 1 :* Elle est vraie, car f est décroissante sur $[0; 4]$

— *Proposition 2 :* Elle est fausse. En effet, $f(-3)$ n'existe pas car f n'est définie que sur $[0; 7]$

— *Proposition 3 :* En est fausse. En effet, $f(x)$ ne peut s'annuler qu'une seule fois : sur l'intervalle $[0\,;\,4]$ quand $f(x)$ passe de 2 à -3.

— *Proposition 4 :* Elle est vraie. En effet, pour tout x de $[0; 7]$, on a bien $f(x) \geqslant -3$.

Exercice n°15

f est une fonction paire définie sur $[-8\,;\,8]$. Compléter le tableau de variations ci-après.

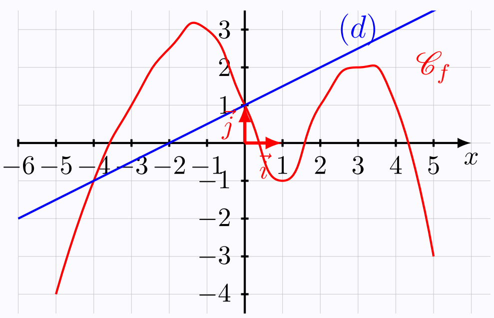
x	-8		-2		0		2		8
$f(x)$	-5	↗	1	↘	-2	↗	1	↘	-3

g est une fonction impaire définie sur $[-6\,;\,6]$. Compléter le tableau de variations ci-après.

x	-6		-3		0		3		6
$g(x)$	-3	↗	1	↘	0	→	-1	↗	3

Exercice n°16

Dans le graphique ci-dessous figurent la courbe d'une fonction f définie sur $[-5\,;\,5]$ et la droite (d) d'équation $y = -\frac{1}{2}x + 1$.



1. Selon la représentation graphique -3, 0 et 4 sont les solutions de l'équation $f(x) = 1$.

2. Selon la représentation graphique -5 est la solution de l'équation $f(x) = -4$.

3. Selon la représentation graphique -3 et 0 sont les solutions de l'équation $f(x) = \dfrac{1}{2}x + 1$.

4. Selon la représentation graphique, l'ensemble $[-3, 0] \cup [2, 4]$ représente les solutions de l'inéquation $f(x) \geqslant 1$.

5. Selon la représentation graphique, l'ensemble $]-5, -3[\cup]0, 2[\cup]4, 5[$ représente les solutions de l'inéquation $f(x) \geqslant 1$. $f(x) < 1$.

6. Selon la représentation graphique, l'ensemble $[-4, 0]$ représente les solutions de l'inéquation $f(x) \geqslant \dfrac{1}{2}x + 1$.