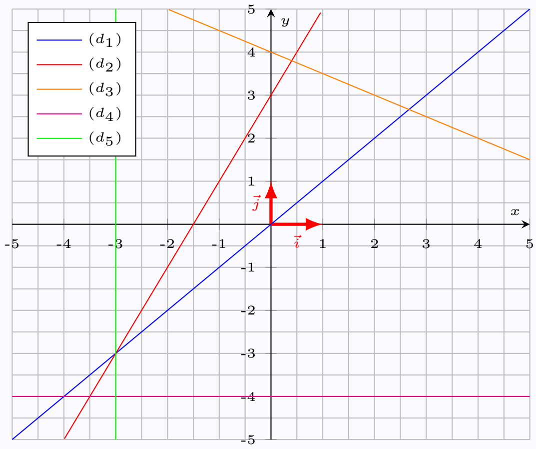
Corriges

Série d'exercices — Classe : Seconde — Lycée : Evariste Galois

Exercice n°1

Dans le repère ci-dessous, tracer les droites suivantes :

$(d_1) : y = x$;
$(d_2) : y = 2x + 3$;
$(d_3) : y = -\dfrac{1}{2}x + 4$;
$(d_4) : y = -4$;
$(d_5) : x = -3$.



Exercice n°2

$M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in (d)$
$\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AM},\vec{u}) = 0$
$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x & -1 \\ y-5 & 3 \end{vmatrix} = 0$
$\Leftrightarrow 3x - (y-5) \times (-1) = 0 \Leftrightarrow 3x + y - 5 = 0.$

Exercice n°3

a) $M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in (d)$
$\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB}) = 0$
$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x+1 & 8 \\ y+3 & 2 \end{vmatrix} = 0$
$\Leftrightarrow 2(x+1) - 8(y+3) = 0$
$\Leftrightarrow 2x - 8y - 22 = 0.$

b) $M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in (d)$
$\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB}) = 0$
$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x+1 & 1 \\ y-\sqrt{2} & \sqrt{2} \end{vmatrix} = 0$
$\Leftrightarrow \sqrt{2}(x+1) - (y-\sqrt{2}) = 0$
$\Leftrightarrow \sqrt{2}x - y + 2\sqrt{2} = 0.$

Exercice n°4

a) Un vecteur directeur de (d) est $\vec{u}\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} = \vec{u}\begin{pmatrix} -4 \\ -\sqrt{2} \end{pmatrix}$

Un vecteur directeur de (d') est $\vec{u}'\begin{pmatrix} 8\sqrt{2} \\ 4 \end{pmatrix}$.

b) $\det(\vec{u},\vec{u}') = \begin{vmatrix} -4 & 8\sqrt{2} \\ -\sqrt{2} & 4 \end{vmatrix} = -16+16 = 0$. Les vecteurs directeurs sont colinéaires, donc les droites sont parallèles.

Exercice n°5

Un vecteur directeur de (d), et donc de (d'), est $\vec{u}\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} = \vec{u}\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

$M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in d'$
$\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AM},\vec{u}) = 0$
$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x+2 & -2 \\ y-1 & 3 \end{vmatrix} = 0$
$\Leftrightarrow 3(x+2) - (-2) \times (y-1) = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y + 4 = 0.$

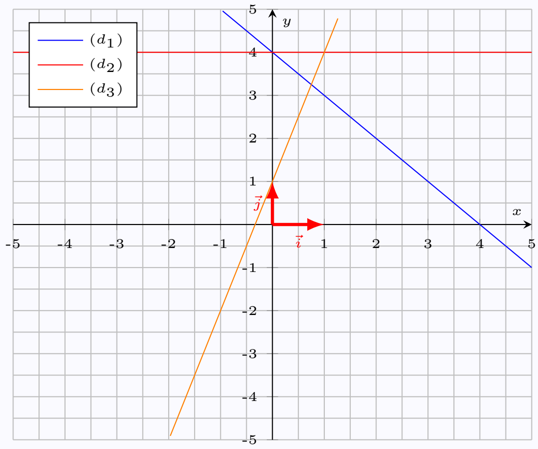
Exercice n°6

Dans le repère ci-dessous, tracer les droites suivantes :

— (d_1) passant par $A\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ et de coefficient directeur égal à $-1 \Rightarrow (d_1) : y = -x + 4$.

— (d_2) passant par $B\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ et de coefficient directeur égal à $0 \Rightarrow (d_1) : y = 4$.

— (d_3) passant par $C\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ et de coefficient directeur égal à $3 \Rightarrow (d_1) : y = 3x + 1$.



Exercice n°7

a) $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{1}{4}$; $y_A = \dfrac{1}{4}x_A + p \Leftrightarrow -3 = \dfrac{1}{4} \times (-1) + p \Leftrightarrow p = -\dfrac{11}{4}$.
Équation : $y = \frac{1}{4}x - \frac{11}{4}$.

b) $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = -\dfrac{1}{5}$; $y_A = -\dfrac{1}{5}x_A + p \Leftrightarrow 2 = -\dfrac{1}{5}\times 4 + p \Leftrightarrow p = \dfrac{14}{5}$.
Équation : $y = -\frac{1}{5}x + \frac{14}{5}$.
c) $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = -\dfrac{2}{11}$; $y_A = -\dfrac{2}{11}x_A + p \Leftrightarrow -2 = -\dfrac{2}{11}\times(-5) + p \Leftrightarrow p = -\dfrac{32}{11}$.
Équation : $y = -\frac{2}{11}x - \frac{32}{11}$.

d) $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \sqrt{2}$; $y_A = \sqrt{2}x_A + p \Leftrightarrow \sqrt{2} = \sqrt{2}\times 1 + p \Leftrightarrow p = 2\sqrt{2}$.
Équation : $y = \sqrt{2}x + 2\sqrt{2}$.
e) $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{3}{2}$; $y_A = \dfrac{3}{2}x_A + p \Leftrightarrow \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{2}\times 0 + p \Leftrightarrow p = \dfrac{1}{4}$.
Équation : $y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{4}$.
f) $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = -\dfrac{1}{3}$; $y_A = -\dfrac{1}{3}x_A + p \Leftrightarrow -1 = -\dfrac{1}{3}\times\dfrac{5}{2} + p \Leftrightarrow p = -\dfrac{1}{6}$.
Équation : $y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{6}$.

Exercice n°8

a) $(d') : y = -2x + p$. Or, $y_A = -2x_A + p \Leftrightarrow 0 = 6 + p \Leftrightarrow p = -6$.
Ainsi l'équation reduite est donnée par : $y = -2x - 6$.
b) $(d') : y = -\dfrac{3}{2}x + p$. Or, $y_A = -\dfrac{3}{2}x_A + p \Leftrightarrow 1 = 3 + p \Leftrightarrow p = -2$.
Ainsi l'équation reduite est donnée par : $y = -\dfrac{3}{2}x - 2$.
c) $(d') : y = y_A$.
Donc l'équation reduite est :$y = 2$.
d) $(d') : x = x_A$.
Donc l'équation reduite est : $x = 7$.

Exercice n°9

On considère le système $\begin{matrix} L_1 \\ L_2 \end{matrix} \left\{ \begin{array}{l} 4x - y = 21 \\ 3x + 2y = 13 \end{array} \right.$.

Pour obtenir la valeur de x, on élimine y à l'aide de la combinaison linéaire $2L_1 + L_2$.
Le calcul donne :
$$\begin{array}{l} 2L_1 \ : \ 8x - 2y = 42 \\ \underline{L_2 \ : \ 3x + 2y = 13} \\ 2L_1 + L_2 \ : \ 11x = 55 \end{array}.$$
Idem, pour obtenir y, on élimine x à l'aide de la combinaison linéaire $3L_1 - 4L_2$.
Le calcul donne :
$$\begin{array}{l} 3L_1 \ : \ 12x - 3y = 63 \\ \underline{-4L_2 \ : \ -12x - 8y = -52} \\ 3L_1 - 4L_2 \ : \ -11y = 11 \end{array}.$$
Ainsi, $\left\{ \begin{array}{l} x = 5 \\ y = -1 \end{array} \right.$.
Par conséquent,
$S = \{(5; -1)\}$.

Exercice n°10

On considère le système $\begin{matrix} L_1 \\ L_2 \end{matrix} \left\{ \begin{array}{l} 3x - y = 4 \\ x + y = 8 \end{array} \right.$.

Pour obtenir la valeur de x, on élimine y à l'aide de la combinaison linéaire $L_1 + L_2$.
Le calcul donne :
$$\begin{array}{l} L_1 \ : \ 3x - y = 4 \\ \underline{L_2 \ : \ x + y = 8} \\ L_1 + L_2 \ : \ 4x = 12 \end{array}.$$
Idem, pour obtenir y, on élimine x à l'aide de la combinaison linéaire $L_1 - 3L_2$.
Le calcul donne :
$$\begin{array}{l} L_1 \ : \ 3x - y = 4 \\ \underline{-3L_2 \ : \ -3x - 3y = -24} \\ L_1 - 3L_2 \ : \ -4y = -20 \end{array}.$$
Ainsi, $\left\{ \begin{array}{l} x = 3 \\ y = 5 \end{array} \right.$.
Par conséquent,
$S = \{(3; 5)\}$.

Exercice n°11

On considère le système $\begin{matrix} L_1 \\ L_2 \end{matrix} \left\{ \begin{array}{l} 2x + 3y = -7 \\ 3x + y = 0 \end{array} \right.$.

Pour obtenir la valeur de x, on élimine y à l'aide de la combinaison linéaire $L_1 - 3L_2$.
Le calcul donne :
$$\begin{array}{l} L_1 \ : \ 2x + 3y = -7 \\ \underline{-3L_2 \ : \ -9x - 3y = 0} \\ L_1 - 3L_2 \ : \ -7x = -7 \end{array}.$$
Idem, pour obtenir y, on élimine x à l'aide de la combinaison linéaire $3L_1 - 2L_2$.
Le calcul donne :
$$\begin{array}{l} 3L_1 \ : \ 6x + 9y = -21 \\ \underline{-2L_2 \ : \ -6x - 2y = 0} \\ 3L_1 - 2L_2 \ : \ -7y = 21 \end{array}.$$
Ainsi, $\left\{ \begin{array}{l} x = 1 \\ y = -3 \end{array} \right.$.
Par conséquent,
$S = \{(1; -3)\}$.

Exercice n°12

a) $\begin{matrix} L_1 \\ L_2 \end{matrix} \left\{ \begin{array}{l} 2x - 5y = -8 \\ x + 7y = 15 \end{array} \right.$

$\Leftrightarrow \begin{matrix} 7L_1 + 5L_2 \\ L_1 - 2L_2 \end{matrix} \left\{ \begin{array}{l} 19x = 19 \\ -19y = -38 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 1 \\ y = 2 \end{array} \right.$.

b) $\begin{matrix} L_1 \\ L_2 \end{matrix} \left\{ \begin{array}{l} 10x + 4y = 3 \\ -5x + 20y = 4 \end{array} \right.$

$\Leftrightarrow \begin{matrix} 5L_1 - L_2 \\ L_1 + 2L_2 \end{matrix} \left\{ \begin{array}{l} 55x = 11 \\ 44y = 11 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{1}{5} \\ y = \frac{1}{4} \end{array} \right.$.

c) $\begin{array}{l} L_1 \\ L_2 \end{array} \begin{cases} 4x+y=5 \\ 6x-2y=-3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{array}{l} 2L_1+L_2 \\ 3L_1-2L_2 \end{array} \begin{cases} 14x=7 \\ 7y=21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=3 \end{cases}$.

d) $\begin{array}{l} L_1 \\ L_2 \end{array} \begin{cases} -x+4y=22 \\ 2x+5y=-5 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{array}{l} 7L_1+5L_2 \\ L_1-2L_2 \end{array} \begin{cases} -13x=130 \\ 13y=39 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-10 \\ y=3 \end{cases}$.

Exercice n°13

Soient x la largeur et y la longueur en mètres du rectangle, on obtient alors :

$\begin{cases} (x+3)(y-3)=xy \\ (x+5)(y-3)=xy+16 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} xy-3x+3y-9=xy \\ xy-3x+5y-15=xy+16 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{array}{l} L_1 \\ L_2 \end{array} \begin{cases} -3x+3y=9 \\ -3x+5y=31 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{array}{l} 5L_1-3L_2 \\ L_1-L_2 \end{array} \begin{cases} -6x=-48 \\ -2y=-22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=8 \\ y=11 \end{cases}$.

Exercice n°14

Soient d la longueur du train en mètres et v sa vitesse en $\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$, on obtient :

$\begin{cases} v=\frac{d}{7} \\ v=\frac{d+378}{5} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 7v=d \\ 5v=d+378 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{array}{l} L_1 \\ L_2 \end{array} \begin{cases} 7v-d=0 \\ 25v-d=378 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{array}{l} L_1-L_2 \\ 25L_1-7L_2 \end{array} \begin{cases} -18v=-378 \\ -18d=-2646 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v=21 \\ d=147 \end{cases}$.

Exercice n°15

Durant une année un individu a acheté n DVD valant 15 euros pièce et p livres valant 22 euros pièce pour un montant total de 362 euros. On cherche à déterminer les valeurs possibles de n et p.

1. $15n+22p=362$.
2. si $n=25$ alors on aurait déjà $15n=375$ ce qui dépasse 362.
3. On a, $15n+22p=362 \Leftrightarrow 15n+22p-362=0$. Autrement dit, les points d'abscisse n et d'ordonnée p sont sur la droite d'équation cartésienne $15x+22y-362=0$.