

## Exercice n°1

$$A = (x + 2)^2 = x^2 + 2 \times x \times 2 + 2^2 = x^2 + 4x + 4.$$

$$B = (2x + 1)^2 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 1 + 1^2 = 4x^2 + 4x + 1.$$

$$C = (3 + 4x)^2 = 3^2 + 2 \times 3 \times 4x + (4x)^2 = 9 + 24x + 16x^2.$$

## Exercice n°2

$$A = (x - 2)^2 = x^2 - 2 \times x \times 2 + 2^2 = x^2 - 4x + 4.$$

$$B = (4x - 3)^2 = (4x)^2 - 2 \times 4x \times 3 + 3^2 = 16x^2 - 24x + 9.$$

$$C = (3 - 5x)^2 = 3^2 - 2 \times 3 \times 5x + (5x)^2 = 9 - 30x + 25x^2.$$

## Exercice n°3

$$A = (x + 2)(x - 2) = x^2 - 2^2 = x^2 - 4.$$

$$B = (4x - 3)(4x + 3) = (4x)^2 - 3^2 = 16x^2 - 9.$$

$$C = (3 + 5x)(3 - 5x) = 3^2 - (5x)^2 = 9 - 25x^2.$$

$$D = 2(3 + 5x)(3 - 5x) = 2(3^2 - (5x)^2) = 18 - 50x^2.$$

$$E = 3(1 - 3x)(3x + 1) = 3(1 - 9x^2) = 3 - 27x^2.$$

## Exercice n°4

$$\begin{aligned} A &= (x + 1)^2 + (x - 3)^2 \\ &= x^2 + 2x + 1 + x^2 - 6x + 9 \\ &= 2x^2 - 4x + 10. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (4x + 3)^2 + (x - 7)(2x + 7) \\ &= 16x^2 + 24x + 9 + 2x^2 + 7x - 14x - 49 \\ &= 18x^2 + 17x - 40. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= (2x + 1)^2 - (x - 7)(x + 7) \\ &= 4x^2 + 4x + 1 - (x^2 - 49) \\ &= 4x^2 + 4x + 1 - x^2 + 49 \\ &= 3x^2 + 4x + 50. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= (x - 5)^2 - (2x - 7)(x - 5) \\ &= x^2 - 10x + 25 - (2x^2 - 10x - 7x + 35) \\ &= x^2 - 10x + 25 - 2x^2 + 10x + 7x - 35 \\ &= -x^2 - 7x - 10. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= (x - 9)^2 - (x + 9)^2 \\ &= x^2 - 18x + 81 - (x^2 + 18x + 81) \\ &= x^2 - 18x + 81 - x^2 - 18x - 81 \\ &= -36x. \end{aligned}$$

## Exercice n°5

$$A = x^2 + 10x + 25 = x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2 = (x + 5)^2.$$

$$B = 36 + 12x + x^2 = 6^2 + 2 \times 6 \times x + x^2 = (6 + x)^2.$$

$$C = 16x^2 + 40x + 25 = (4x)^2 + 2 \times 4x \times 5 + 5^2 = (4x + 5)^2.$$

$$D = 9x^2 - 6x + 1 = (3x - 1)^2.$$

$$E = 25x^2 - 20x + 4 = (5x - 2)^2.$$

$$F = 16x^2 - 40x + 25 = (4x - 5)^2.$$

## Exercice n°6

$$A = 4x^2 - 9 = (2x - 3)(2x + 3).$$

$$B = 16 - 9x^2 = (4 - 3x)(4 + 3x).$$

$$C = 49x^2 - 36 = (9x - 6)(9x + 6).$$

$$\begin{aligned} D &= (x + 1)^2 - 4 \\ &= (x + 1)^2 - 2^2 \\ &= (x + 1 - 2)(x + 1 + 2) \\ &= (x - 1)(x + 3). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= (2x + 1)^2 - 25 \\ &= (2x + 1)^2 - 5^2 \\ &= (2x + 1 - 5)(2x + 1 + 5) \\ &= (2x - 4)(2x + 6). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= 36 - (4 - 3x)^2 \\ &= 6^2 - (4 - 3x)^2 \\ &= (6 - (4 - 3x))(6 + (4 - 3x)) \\ &= (6 - 4x + 3)(6 + 4x - 3) \\ &= (9 - 4x)(3 + 4x). \end{aligned}$$

## Exercice n°7

$$\begin{aligned} A &= (x + 2)(3x - 1) + \frac{x^2 - 4}{x + 2} \\ &= (x + 2)(3x - 1) + \frac{(x - 2)(x + 2)}{x + 2} \\ &= (x + 2)[(3x - 1) + (x - 2)] \\ &= (x + 2)(4x - 3). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (x + 4)(2x - 1) + \frac{x^2 - 16}{x + 4} \\ &= (x + 4)(2x - 1) + \frac{(x - 4)(x + 4)}{x + 4} \\ &= (x + 4)[(2x - 1) + (x - 4)] \\ &= (x + 4)[2x - 1 + x - 4] \\ &= (x + 4)(3x - 5). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= (2x + 1)(x - 2) - \frac{x^2 - 4}{x - 2} \\ &= (2x + 1)(x - 2) - \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} \\ &= (x - 2)[(2x + 1) - (x + 2)] \\ &= (x - 2)[2x + 1 - x - 2] \\ &= (x - 2)(x - 1). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= 25 - x^2 - (x - 5)(3x + 3) \\ &= (5 - x)(5 + x) - (x - 5)(3x + 3) \\ &= (5 - x)[(5 + x) - (3x + 3)] \\ &= (5 - x)[5 + x - 3x - 3] \\ &= (5 - x)(2 - 2x). \end{aligned}$$

### Exercice n°8

- a)  $x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$ . Ainsi,  $S = \{3\}$ .
- b)  $x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -6$ . Ainsi,  $S = \{-6\}$ .
- c)  $-\frac{2}{3} + x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$ . Ainsi,  $S = \left\{\frac{2}{3}\right\}$ .
- d)  $2x = -5 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{2}$ . Ainsi,  $S = \left\{-\frac{5}{2}\right\}$ .
- e)  $-3x = 10 \Leftrightarrow x = -\frac{10}{3}$ . Ainsi,  $S = \left\{-\frac{10}{3}\right\}$ .
- f)  $\sqrt{2}x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{\sqrt{2}}$ . Ainsi,  $S = \left\{\frac{2}{\sqrt{2}}\right\}$ .
- g)  $3x - 4 = 0 \Leftrightarrow 3x = 4 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3}$ . Ainsi,  $S = \left\{\frac{4}{3}\right\}$ .
- h)  $-7x - 2 = 0 \Leftrightarrow 7x = -2 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{7}$ . Ainsi,  $S = \left\{-\frac{2}{7}\right\}$ .
- i)  $\sqrt{3} - 4x = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3} = 4x \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ .  
Ainsi,  $S = \left\{\frac{\sqrt{3}}{4}\right\}$ .
- j)  $5x - 8 = 2x + 3 \Leftrightarrow 5x - 2x = 3 + 8 \Leftrightarrow 3x = 11 \Leftrightarrow x = \frac{11}{3}$ .  
Ainsi,  $S = \left\{\frac{11}{3}\right\}$ .
- k)  $6 - 4x = 2(x - 3) \Leftrightarrow 6 - 4x = 2x - 6 \Leftrightarrow 6 + 6 = 2x + 4x \Leftrightarrow 12 = 6x \Leftrightarrow x = \frac{12}{6} = 2$ .  
Ainsi,  $S = \{2\}$ .
- l)  $3x - 5 = \frac{1}{2}x \Leftrightarrow 3x \times \frac{2}{2} - \frac{1}{2}x = 5 \Leftrightarrow \frac{5}{2}x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{\frac{5}{2}} = 5 \times \frac{2}{5} = 2$ .  
Ainsi,  $S = \{2\}$ .

### Exercice n°9

- a)  $(x + 1)(3x - 2) = 0 \Leftrightarrow x + 1 = 0$  ou  $3x - 2 = 0$   
 $\Leftrightarrow x = -1$  ou  $3x = 2 \Leftrightarrow x = -1$  ou  $x = \frac{2}{3}$ .  
Ainsi,  $S = \left\{-1; \frac{2}{3}\right\}$ .
- b)  $2(1 - x)(2x - 5) = 0 \Leftrightarrow 1 - x = 0$  ou  $2x - 5 = 0$   
 $x = 1$  ou  $2x = 5 \Leftrightarrow x = 1$  ou  $x = \frac{5}{2}$ .  $S = \left\{1; \frac{5}{2}\right\}$ .
- c)  $(4x - 2)(7x + 1)(12x - 6) = 0 \Leftrightarrow 4x - 2 = 0$  ou  $7x + 1 = 0$  ou  $12x - 6 = 0$   
 $\Leftrightarrow 4x = 2$  ou  $7x = -1$  ou  $12x = 6$   
 $\Leftrightarrow x = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$  ou  $x = -\frac{1}{7}$  ou  $x = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ .  
Ainsi,  $S = \left\{\frac{1}{2}; -\frac{1}{7}\right\}$ .
- d)  $x^2(x - 3) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 0$  ou  $x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 0$  ou  $x = 3$ . Ainsi,  $S = \{0; 3\}$ .
- e)  $3x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow x(3x - 4) = 0 \Leftrightarrow x = 0$  ou  $3x = 4 \Leftrightarrow x = 0$  ou  $x = \frac{4}{3}$ . Ainsi,  $S = \left\{0; \frac{4}{3}\right\}$ .

- f)  $(2x - 1)^2 - (2x - 1)(x + 3) = 0 \Leftrightarrow (2x - 1)[(2x - 1) - (x + 3)] = 0$   
 $\Leftrightarrow (2x - 1)[x - 4] = 0 \Leftrightarrow 2x - 1 = 0$  ou  $x - 4 = 0 \Leftrightarrow 2x = 1$  ou  $x = 4$   
 $\Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$  ou  $x = 4$ .  $S = \left\{\frac{1}{2}; 4\right\}$ .
- g)  $(x + 1)^2 - 2(x + 1) = 0 \Leftrightarrow (x + 1)[(x + 1) - 2] = 0 \Leftrightarrow (x + 1)[x - 1] = 0$   
 $\Leftrightarrow x + 1 = 0$  ou  $x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$  ou  $x = 1$ .  $S = \{-1; 1\}$ .
- h)  $(2x - 1)(x + 1) = 5x + 5 \Leftrightarrow (2x - 1)(x + 1) - (5x + 5) = 0$   
 $\Leftrightarrow (2x - 1)(x + 1) - 5(x + 1) = 0 \Leftrightarrow (2x - 1)[x + 1 - 5] = 0$   
 $\Leftrightarrow (2x - 1)[x - 4] = 0 \Leftrightarrow 2x - 1 = 0$  ou  $x - 4 = 0$   
 $\Leftrightarrow 2x = 1$  ou  $2x = 6 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$  ou  $x = \frac{6}{2} = 3$ . Ainsi,  $S = \left\{\frac{1}{2}; 3\right\}$ .
- i)  $(3x + 1)^2 - (x + 1)^2 = 0 \Leftrightarrow [(3x + 1) - (x + 1)][(3x + 1) + (x + 1)] = 0$   
 $\Leftrightarrow [3x + 1 - x - 1][4x + 2] = 0 \Leftrightarrow [2x][4x + 2] = 0$ .  
 $\Leftrightarrow 2x = 0$  ou  $4x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{0}{2} = 0$  ou  $4x = -2 \Leftrightarrow x = 0$  ou  $x = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$ . Ainsi,  $S = \left\{0; -\frac{1}{2}\right\}$ .
- j)  $(x - 1)^2 = (2x + 1)^2 \Leftrightarrow (x - 1)^2 - (2x + 1)^2 = 0$   
 $\Leftrightarrow [(x - 1) - (2x + 1)][(x - 1) + (2x + 1)] = 0 \Leftrightarrow [x - 1 - 2x - 1][3x] = 0$   
 $\Leftrightarrow [-x - 2][3x] = 0 \Leftrightarrow -x - 2 = 0$  ou  $3x = 0 \Leftrightarrow x = -2$  ou  $x = 0$ .  
Ainsi,  $S = \{-2; 0\}$ .
- k)  $(4x^2 - 9) - 2(2x - 3) + x(2x - 3) = 0$   
 $\Leftrightarrow (2x - 3)(2x + 3) - 2(2x - 3) + x(2x - 3) = 0$   
 $\Leftrightarrow (2x - 3)[(2x + 3) - 2 + x] = 0 \Leftrightarrow (2x - 3)[3x + 1] = 0$   
 $2x - 3 = 0$  ou  $3x + 1 = 0 \Leftrightarrow 2x = 3$  ou  $3x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$  ou  $x = -\frac{1}{3}$ . Ainsi,  $S = \left\{\frac{3}{2}; -\frac{1}{3}\right\}$ .

### Exercice n°10

- a)  $\frac{1}{x} = 2$ . Valeur interdite : il faut  $x \neq 0$ .  
Dans ces conditions,  $\frac{1}{x} = 2 \Leftrightarrow 1 = 2x \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ .  
 $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$ .
- b)  $\frac{2}{x + 1} = 3$ . Valeur interdite : il faut  $x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$ .  
Dans ces conditions,  $\frac{2}{x + 1} = 3 \Leftrightarrow 2 = 3(x + 1) \Leftrightarrow 2 = 3x + 3 \Leftrightarrow -1 = 3x$   
 $\Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}$ .  $S = \left\{-\frac{1}{3}\right\}$ .
- c)  $\frac{2x + 1}{3x - 2} = 0$ . Valeur interdite : il faut  $3x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{2}{3}$ .  
Dans ces conditions,  $\frac{2x + 1}{3x - 2} = 0 \Leftrightarrow 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow 2x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$ .  $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ .
- d)  $\frac{7x + 1}{2x - 3} = 2$ . Valeur interdite : il faut  $2x - 3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{3}{2}$ .  
Dans ces conditions,  $\frac{7x + 1}{2x - 3} = 2 \Leftrightarrow 7x + 1 = 2(2x - 3) \Leftrightarrow$

$$7x + 1 = 4x - 6$$

$$\Leftrightarrow 7x - 4x = -6 - 1 \Leftrightarrow 3x = -7 \Leftrightarrow x = -\frac{7}{3} . S = \left\{ -\frac{7}{3} \right\}$$

e)  $\frac{x^2 - 2x}{2 + x} = 0$ . Valeur interdite : il faut  $2 + x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -2$ .

Dans ces conditions,  $\frac{x^2 - 2x}{2 + x} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0$

$$\Leftrightarrow x(x - 2) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = 2 . S = \{0; 2\}$$

f)  $\frac{x^2 - 9}{3x} = 0$ . Valeur interdite : il faut  $3x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0$ .

Dans ces conditions,  $\frac{x^2 - 9}{3x} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3^2 = 0 \Leftrightarrow (x - 3)(x + 3) = 0$

$$\Leftrightarrow x - 3 = 0 \text{ ou } x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \text{ ou } x = -3 . S = \{3; -3\}$$

g)  $\frac{9}{x + 1} = 5 - x$ . Valeur interdite : il faut  $x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$ .

Dans ces conditions,  $\frac{9}{x + 1} = 5 - x \Leftrightarrow 9 = (5 - x)(x + 1)$

$$\Leftrightarrow 9 - (5 - x)(x + 1) = 0 \Leftrightarrow 9 - 5x - 5 + x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2 . S = \{2\}$$

h)  $\frac{1}{x + 1} - \frac{2}{x - 1} = 0$ .

Valeurs interdites : il faut  $x + 1 \neq 0$  et  $x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$  et  $x \neq 1$ .

Dans ces conditions,  $\frac{1}{x + 1} - \frac{2}{x - 1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x + 1} = \frac{2}{x - 1}$

$$\Leftrightarrow 1 \times (x - 1) = 2 \times (x + 1) \Leftrightarrow x - 1 = 2x + 2 \Leftrightarrow -1 - 2 = 2x - x \Leftrightarrow x = -3 . S = \{-3\}$$

i)  $2x - 7 = \frac{4}{2x - 7}$ . Valeur interdite : il faut  $2x - 7 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{7}{2}$ .

Dans ces conditions,  $2x - 7 = \frac{4}{2x - 7} \Leftrightarrow (2x - 7)^2 = 4 \Leftrightarrow (2x - 7)^2 - 2^2 = 0$

$$\Leftrightarrow [(2x - 7) - 2][(2x - 7) + 2] = 0 \Leftrightarrow [2x - 9][2x - 5] = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - 9 = 0 \text{ ou } 2x - 5 = 0 \Leftrightarrow 2x = 9 \text{ ou } 2x = 5$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{9}{2} \text{ ou } x = \frac{5}{2} . S = \left\{ \frac{9}{2}; \frac{5}{2} \right\}$$

j)  $\frac{x^2 + 4x - 3}{x^2 - 1} = 1$ .

Valeurs interdites : il faut  $x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x^2 \neq 1 \Leftrightarrow x \neq 1$  et  $x \neq -1$ .

Dans ces conditions,  $\frac{x^2 + 4x - 3}{x^2 - 1} = 1 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 3 = x^2 - 1 \Leftrightarrow 4x = -1 + 3$

$$\Leftrightarrow 4x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} . \text{ Ainsi, } S = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

k)  $\frac{9x^2 - 25}{(x + 2)(3x + 5)} = 0$ .

Valeurs interdites : il faut  $x + 2 \neq 0$  et  $3x + 5 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -2$  et  $x \neq -\frac{5}{3}$ .

Dans ces conditions,  $\frac{9x^2 - 25}{(x + 2)(3x + 5)} = 0 \Leftrightarrow 9x^2 - 25 = 0$

$$0 \Leftrightarrow (3x)^2 - 5^2 = 0$$

$$(3x - 5)(3x + 5) = 0 \Leftrightarrow 3x - 5 = 0 \text{ ou } 3x + 5 = 0 \Leftrightarrow 3x =$$

$$5 \text{ ou } 3x = -5$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{3} \text{ ou } x = -\frac{5}{3}$$

$$-\frac{5}{3} \text{ étant une valeur interdite, on a } S = \left\{ \frac{5}{3} \right\}$$

### Exercice n°11

a)  $x^2 = 9 \Leftrightarrow x = 3$  ou  $x = -3$ .  $S = \{3; -3\}$

b)  $x^2 = -4$ . Impossible,  $S = \emptyset$

c)  $2x^2 = 16 \Leftrightarrow x^2 = 8 \Leftrightarrow x = \sqrt{8}$  ou  $x = -\sqrt{8}$ . Ainsi,  $S = \{\sqrt{8}; -\sqrt{8}\}$

d)  $3x^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{1}{3}}$  ou  $x = -\sqrt{\frac{1}{3}}$ .

Ainsi,  $S = \left\{ \sqrt{\frac{1}{3}}; -\sqrt{\frac{1}{3}} \right\}$

e)  $(x + 1)^2 = 4 \Leftrightarrow x + 1 = 2$  ou  $x + 1 = -2 \Leftrightarrow x = 1$  ou  $x = -3$ . Ainsi,  $S = \{1; -3\}$ .

f)  $(x - 2)^2 = 3 \Leftrightarrow x - 2 = \sqrt{3}$  ou  $x - 2 = -\sqrt{3} \Leftrightarrow x = 2 + \sqrt{3}$  ou  $x = 2 - \sqrt{3}$ . Ainsi,  $S = \{2 + \sqrt{3}; 2 - \sqrt{3}\}$ .

### Exercice n°12

Les trois questions indépendantes :

— En notant  $x$  la mesure du côté du premier carré, on doit avoir  $(x + 5)^2 = x^2 + 255$ .

$$\Leftrightarrow x^2 + 10x + 25 - x^2 - 255 = 0 \Leftrightarrow 10x = 230 \Leftrightarrow x = 23.$$

— En notant  $x$  le nombre de deux-roues, on doit avoir :

$$4 \times 5x + 2x = 264 \Leftrightarrow 22x = 264 \Leftrightarrow x = 12.$$

Il y a donc 12 deux-roues et 60 voitures.

— En notant  $x$  le nombre d'années demandé, on doit avoir  $32 + x = 20 + x + 6 + x$ .

On en déduit que  $x = 6$ .

### Exercice n°13

a.  $E = (x - 3)^2 - (x - 1)(x - 2)$   
 $= x^2 - 6x + 9 - (x^2 - 2x - 1x + 2)$   
 $= x^2 - 6x + 9 - x^2 + 2x + 1x - 2$   
 $= -3x + 7$ .

b. Il suffit d'utiliser l'expression développée et réduite de la question précédente pour  $x = 100\,000$ , on obtient donc :

$$99\,997^2 - 99\,999 \times 99\,998$$

$$= (100\,000 - 3)^2 - (100\,000 - 1)(100\,000 - 2)$$

$$= -3 \times 100\,000 + 7$$

$$= -299\,993.$$

c. Factorisation :

$$F = (4x + 1)^2 - (4x + 1)(7x - 6)$$

$$F = \boxed{(4x + 1)}(4x + 1) - \boxed{(4x + 1)}(7x - 6)$$

$$F = \boxed{(4x + 1)}[(4x + 1) - (7x - 6)]$$

$$F = (4x + 1)(4x + 1 - 7x + 6)$$

$$F = (4x + 1)(-3x + 7)$$

d. Résolution de l'équation  $F = 0$ .

$$(4x + 1)(-3x + 7) = 0$$

$$4x + 1 = 0 \text{ ou } -3x + 7 = 0$$

$$x = \frac{-1}{4} \text{ ou } x = \frac{7}{3}.$$

$\frac{-1}{4}$  et  $\frac{7}{3}$  sont les deux solutions de l'équation produit nul.

### Exercice n°14

$$1. D = (3x + 1)(6x - 9) - (2x - 3)^2$$

$$D = (18x^2 - 27x + 6x - 9) - (4x^2 - 12x + 9)$$

$$D = 18x^2 - 27x + 6x - 9 - 4x^2 + 12x - 9$$

$$D = 14x^2 - 9x - 18.$$

$$2. \text{ Quand } x = \frac{3}{2},$$

$$D = (3 \times \frac{3}{2} + 1)(6 \times \frac{3}{2} - 9) - (2 \times \frac{3}{2} - 3)^2$$

$$D = (\frac{9}{2} + 1)(\frac{18}{2} - 9) - (\frac{6}{2} - 3)^2$$

$$D = (\frac{9}{2} + 1)(9 - 9) - (3 - 3)^2$$

$$D = 0.$$

$$3. \text{ On a : } 6x - 9 = \boxed{3} \times 2x - \boxed{3} \times 3 = 3(2x - 3),$$

donc

$$D = 3(3x + 1)(2x - 3) - (2x - 3)^2$$

$$D = 3(3x + 1)(2x - 3) - (2x - 3)(2x - 3)$$

$$D = (2x - 3)[3(3x + 1) - (2x - 3)]$$

$$D = (2x - 3)(7x + 6).$$

$$4. \text{ Résolution de l'équation : } (7x + 6)(2x - 3) = 0.$$

Soit  $7x + 6 = 0$ , soit  $2x - 3 = 0$ .

Donc :  $x = \frac{-6}{7}$  ou  $x = \frac{3}{2}$ .

$\frac{-6}{7}$  et  $\frac{3}{2}$  sont les deux solutions de l'équation.

### Exercice n°15

Deux villes A et B sont distantes de 42 km.  
Un cycliste quitte A et se dirige vers B à la vitesse de  $18 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ .  
Un piéton quitte au même moment B et se dirige vers A à la vitesse de  $6 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ .

On note :

- $t$  le temps en heures écoulé depuis le départ du cycliste et du piéton ;
- $c$  la distance en km parcourue par le cycliste ;
- $p$  la distance en km parcourue par le piéton.

1.

```
Variables: t, c, p
1: DEBUT_ALGORITHME
2:   Entrer t
3:   c ← 18 * t
4:   p ← 6 * t
5:   Afficher c et p
6: FIN_ALGORITHME
```

2. Cela revient à chercher  $t$  tel que  $18t + 6t = 42$ .  
On en déduit que  $t = 1,75 \text{ h}$  ce qui correspond à 1 h et 45 min.

### Exercice n°16

1. Calculs :

$$(1 \times 2 + 2 \times 3) \div 2 = 4 = 2^2.$$

$$(2 \times 3 + 3 \times 4) \div 2 = 9 = 3^2.$$

$$(3 \times 4 + 4 \times 5) \div 2 = 16 = 4^2.$$

$$(4 \times 5 + 5 \times 6) \div 2 = 25 = 5^2.$$

2. Soit  $x$  un nombre quelconque :

$$\frac{x(x + 1) + (x + 1)(x + 2)}{2} = (x + 1)^2.$$

3. En effet,

$$\frac{x(x + 1) + (x + 1)(x + 2)}{2} = \frac{(x + 1)[x + (x + 2)]}{2}$$

$$= \frac{(x + 1)[2x + 2]}{2}$$

$$= \frac{(x + 1)2(x + 1)}{2}$$

$$= \frac{2(x + 1)^2}{2}$$

$$= (x + 1)^2.$$

### Exercice n°17

Tom doit calculer  $3,5^2$ . « Pas la peine de prendre la calculatrice », lui dit Julie, tu n'as qu'à effectuer le produit de 3 par 4 et rajouter 0,25.

1. Effectuer le calcul proposé par Julie et vérifier que le résultat obtenu est bien le carré de 3,5.

$$3 \times 4 + 0,25 = 12 + 0,25 = 12,25$$

$$3,5^2 = 12,25$$

On trouve le même résultat.

2. Proposer une façon simple de calculer  $7,5^2$  et donner le résultat.

$$7 \times 8 + 0,25 = 56 + 0,25 = 56,25$$

$$7,5^2 = 56,25$$

On trouve le même résultat.

3. Julie propose la conjecture suivante :

$$(n + 0,5)^2 = n(n + 1) + 0,25$$

$n$  est un nombre entier positif.

Prouver que la conjecture de Julie est vraie (quel que soit le nombre  $n$ ).

$$(n + 0,5)^2 = n^2 + n + 0,25$$

$$n(n + 1) + 0,25 = n^2 + n + 0,25$$

Julie a raison.