3

Corrigés

Calcul algébrique & Équation

Série d'exercices — Classe : Seconde — Lycée : Evariste Galois

Exercice n°1

$A = (x+2)^2 = x^2 + 2\times x\times 2 + 2^2 = x^2 + 4x + 4.$

$B = (2x+1)^2 = (2x)^2 + 2\times 2x\times 1 + 1^2 = 4x^2 + 4x + 1.$

$C = (3+4x)^2 = 3^2 + 2\times 3\times 4x + (4x)^2 = 9 + 24x + 16x^2.$

Exercice n°2

$A = (x-2)^2 = x^2 - 2\times x\times 2 + 2^2 = x^2 - 4x + 4.$

$B = (4x-3)^2 = (4x)^2 - 2\times 4x + 3^2 = 16x^2 - 24x + 9.$

$C = (3-5x)^2 = 3^2 - 2\times 3\times 5x + (5x)^2 = 9 - 30x + 25x^2.$

Exercice n°3

$A = (x+2)(x-2) = x^2 - 2^2 = x^2 - 4.$

$B = (4x-3)(4x+3) = (4x)^2 - 3^2 = 16x^2 - 9.$

$C = (3+5x)(3-5x) = 3^2 - (5x)^2 = 9 - 25x^2.$

$D = 2(3+5x)(3-5x) = 2(3^2 - (5x)^2) = 18 - 50x^2.$

$E = 3(1-3x)(3x+1) = 3(1-9x^2) = 3 - 27x^2.$

Exercice n°4

$$\begin{aligned} A &= (x+1)^2 + (x-3)^2 \\ &= x^2 + 2x + 1 + x^2 - 6x + 9 \\ &= 2x^2 - 4x + 10. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (4x+3)^2 + (x-7)(2x+7) \\ &= 16x^2 + 24x + 9 + 2x^2 + 7x - 14x - 49 \\ &= 18x^2 + 17x - 40. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= (2x+1)^2 - (x-7)(x+7) \\ &= 4x^2 + 4x + 1 - (x^2 - 49) \\ &= 4x^2 + 4x + 1 - x^2 + 49 \\ &= 3x^2 + 4x + 50. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= (x-5)^2 - (2x-7)(x-5) \\ &= x^2 - 10x + 25 - (2x^2 - 10x - 7x + 35) \\ &= x^2 - 10x + 25 - 2x^2 + 10x + 7x - 35 \\ &= -x^2 - 7x - 10. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= (x-9)^2 - (x+9)^2. \\ &= x^2 - 18x + 81 - (x^2 + 18x + 81) \\ &= x^2 - 18x + 81 - x^2 - 18x - 81 \\ &= -36x. \end{aligned}$$

Exercice n°5

$A = x^2 + 10x + 25 = x^2 + 2\times x\times 5 + 5^2 = (x+5)^2.$

$B = 36 + 12x + x^2 = 6^2 + 2\times 6\times x + x^2 = (6+x)^2.$

$C = 16x^2 + 40x + 25 = (4x)^2 + 2\times 4x\times 5 + 5^2 = (4x+5)^2.$

$D = 9x^2 - 6x + 1 = (3x-1)^2.$

$E = 25x^2 - 20x + 4 = (5x-2)^2.$

$F = 16x^2 - 40x + 25 = (4x-5)^2.$

Exercice n°6

$A = 4x^2 - 9 = (2x-3)(2x+3).$

$B = 16 - 9x^2 = (4-3x)(4+3x).$

$C = 49x^2 - 36 = (9x-6)(9x+6).$

$$\begin{aligned} D &= (x+1)^2 - 4 \\ &= (x+1)^2 - 2^2 \\ &= (x+1-2)(x+1+2). \\ &= (x-1)(x+3). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= (2x+1)^2 - 25 \\ &= (2x+1)^2 - 5^2 \\ &= (2x+1-5)(2x+1+5) \\ &= (2x-4)(2x+6). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= 36 - (4-3x)^2 \\ &= 6^2 - (4-3x)^2 \\ &= (6-(4x-3))(6+(4x-3)) \\ &= (6-4x+3)(6+4x-3) \\ &= (9-4x)(3+4x). \end{aligned}$$

Exercice n°7

$$\begin{aligned} A &= (x+2)(3x-1) + \underline{x^2-4} \\ &= (x+2)(3x-1) + \underline{(x-2)}(x+2) \\ &= (x+2)[(3x-1) + (x-2)] \\ &= (x+2)(4x-3). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (x+4)(2x-1) + \underline{x^2-16} \\ &= (x+4)(2x-1) + \underline{(x-4)}(x+4) \\ &= (x+4)[(2x-1) + (x-4)] \\ &= (x+4)[2x-1+x-4] \\ &= (x+4)(3x-5). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= (2x+1)(x-2) - \underline{(x^2-4)} \\ &= (2x+1)(x-2) - \underline{(x-2)}(x+2) \\ &= (x-2)[(2x+1) - (x+2)] \\ &= (x-2)[2x+1-x-2] \\ &= (x-2)(x-1). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= 25 - x^2 - (x-5)(3x+3) \\ &= (5-x)(5+x) - (x-5)(3x+3) \\ &= (5-x)[(5+x) - (3x+3)] \\ &= (5-x)[5+x-3x-3] \\ &= (5-x)(2-2x). \end{aligned}$$

Exercice n°8

a) $x-3=0 \Leftrightarrow x=3$. Ainsi, $S=\{3\}$.

b) $x+6=0 \Leftrightarrow x=-6$. Ainsi, $S=\{-6\}$.

c) $-\frac{2}{3}+x=0 \Leftrightarrow x=\frac{2}{3}$. Ainsi, $S=\left\{\frac{2}{3}\right\}$.

d) $2x=-5 \Leftrightarrow x=-\frac{5}{2}$. Ainsi, $S=\left\{-\frac{5}{2}\right\}$.

e) $-3x=10 \Leftrightarrow x=-\frac{10}{3}$. Ainsi, $S=\left\{-\frac{10}{3}\right\}$.

f) $\sqrt{2}x=2 \Leftrightarrow x=\frac{2}{\sqrt{2}}$. Ainsi, $S=\left\{\frac{2}{\sqrt{2}}\right\}$.

g) $3x-4=0 \Leftrightarrow 3x=4 \Leftrightarrow x=\frac{4}{3}$. Ainsi, $S=\left\{\frac{4}{3}\right\}$.

h) $-7x-2=0 \Leftrightarrow 7x=2 \Leftrightarrow x=\frac{2}{7}$. Ainsi, $S=\left\{\frac{2}{7}\right\}$.

i) $\sqrt{3}-4x=0 \Leftrightarrow \sqrt{3}=4x \Leftrightarrow x=\frac{\sqrt{3}}{4}$.
Ainsi, $S=\left\{\frac{\sqrt{3}}{4}\right\}$.

j) $5x-8=2x+3 \Leftrightarrow 5x-2x=3+8 \Leftrightarrow 3x=11 \Leftrightarrow x=\frac{11}{3}$.
Ainsi, $S=\left\{\frac{11}{3}\right\}$.

k) $6-4x=2(x-3) \Leftrightarrow 6-4x=2x-6 \Leftrightarrow 6+6=2x+4x \Leftrightarrow 12=6x \Leftrightarrow x=\frac{12}{6}=2$.
Ainsi, $S=\{2\}$.

l) $3x-5=\frac{1}{2}x \Leftrightarrow 3x\times\frac{2}{2}-\frac{1}{2}x=5 \Leftrightarrow \frac{5}{2}x=5 \Leftrightarrow x=\frac{5}{\frac{5}{2}}=5\times\frac{2}{5}=2$.
Ainsi, $S=\{2\}$.

Exercice n°9

a) $(x+1)(3x-2)=0 \Leftrightarrow x+1=0$ ou $3x-2=0$
$\Leftrightarrow x=-1$ ou $3x=2 \Leftrightarrow x=-1$ ou $x=\frac{2}{3}$.
Ainsi, $S=\left\{-1\,;\,\frac{2}{3}\right\}$.

b) $2(1-x)(2x-5)=0 \Leftrightarrow 1-x=0$ ou $2x-5=0$
$x=1$ ou $2x=5 \Leftrightarrow x=1$ ou $x=\frac{5}{2}$. $S=\left\{1\,;\,\frac{5}{2}\right\}$.

c) $(4x-2)(7x+1)(12x-6)=0 \Leftrightarrow 4x-2=0$ ou $7x+1=0$ ou $12x-6=0$
$\Leftrightarrow 4x=2$ ou $7x=-1$ ou $12x=6$
$\Leftrightarrow x=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$ ou $x=-\frac{1}{7}$ ou $x=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$.
Ainsi, $S=\left\{\frac{1}{2}\,;\,-\frac{1}{7}\right\}$

d) $x^2(x-3)=0 \Leftrightarrow x^2=0$ ou $x-3=0 \Leftrightarrow x=0$ ou $x=3$. Ainsi, $S=\{0\,;\,3\}$.

e) $3x^2-4x=0 \Leftrightarrow x(3x-4)=0 \Leftrightarrow x=0$ ou $3x=4 \Leftrightarrow x=0$ ou $x=\frac{4}{3}$. Ainsi, $S=\left\{0\,;\,\frac{4}{3}\right\}$.

f) $(2x-1)^2-(2x-1)(x+3)=0 \Leftrightarrow (2x-1)[(2x-1)-(x+3)]=0$
$\Leftrightarrow (2x-1)[x-4]=0 \Leftrightarrow 2x-1=0$ ou $x-4=0 \Leftrightarrow 2x=1$ ou $x=4$
$\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$ ou $x=4$. $S=\left\{\frac{1}{2}\,;\,4\right\}$.

g) $(x+1)^2-2(x+1)=0 \Leftrightarrow (x+1)[(x+1)-2]=0 \Leftrightarrow (x+1)[x-1]=0$
$\Leftrightarrow x+1=0$ ou $x-1=0 \Leftrightarrow x=-1$ ou $x=1$. $S=\{-1\,;\,1\}$.

h) $(2x-1)(x+1)=5x+5 \Leftrightarrow (2x-1)(x+1)-(5x+5)=0$
$\Leftrightarrow (2x-1)(x+1)-5(x+1)=0 \Leftrightarrow (2x-1)[2x-1-5]=0$
$\Leftrightarrow (2x-1)[2x-6]=0 \Leftrightarrow 2x-1=0$ ou $2x-6=0$
$\Leftrightarrow 2x=1$ ou $2x=6 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$ ou $x=\frac{6}{2}=3$. Ainsi, $S=\left\{\frac{1}{2}\,;\,3\right\}$.

i) $(3x+1)^2-(x+1)^2=0 \Leftrightarrow [(3x+1)-(x+1)][(3x+1)+(x+1)]=0$
$\Leftrightarrow [3x+1-x-1][4x+2]=0 \Leftrightarrow [2x][4x+2]=0$.
$\Leftrightarrow 2x=0$ ou $4x+2=0 \Leftrightarrow x=\frac{0}{2}=0$ ou $4x=-2 \Leftrightarrow x=0$ ou $x=-\frac{2}{4}=-\frac{1}{2}$. Ainsi, $S=\left\{0\,;\,-\frac{1}{2}\right\}$.

j) $(x-1)^2=(2x+1)^2 \Leftrightarrow (x-1)^2-(2x+1)^2=0$
$\Leftrightarrow [(x-1)-(2x+1)][(x-1)+(2x+1)]=0 \Leftrightarrow [x-1-2x-1][3x]=0$
$\Leftrightarrow [-x-2][3x]=0 \Leftrightarrow -x-2=0$ ou $3x=0 \Leftrightarrow x=-2$ ou $x=0$.
Ainsi, $S=\{-2\,;\,0\}$.

k) $(4x^2-9)-2(2x-3)+x(2x-3)=0$
$\Leftrightarrow (2x-3)(2x+3)-2(2x-3)+x(2x-3)=0$
$\Leftrightarrow (2x-3)[(2x+3)-2+x]=0 \Leftrightarrow (2x-3)[3x+1]=0$
$2x-3=0$ ou $3x+1=0 \Leftrightarrow 2x=3$ ou $3x=-1 \Leftrightarrow x=\frac{3}{2}$ ou $x=-\frac{1}{3}$. Ainsi, $S=\left\{\frac{3}{2}\,;\,-\frac{1}{3}\right\}$.

Exercice n°10

a) $\frac{1}{x}=2$. Valeur interdite : il faut que $x\neq 0$.
Dans cette condition, $\frac{1}{x}=2 \Leftrightarrow 1=2x \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$.
$S=\left\{\frac{1}{2}\right\}$

b) $\frac{2}{x+1}=3$. Valeur interdite : il faut que $x+1\neq 0 \Leftrightarrow x\neq -1$.
Sous cette condition, $\frac{2}{x+1}=3 \Leftrightarrow 2=3(x+1) \Leftrightarrow 2=3x+3 \Leftrightarrow -1=3x$
$\Leftrightarrow x=-\frac{1}{3}$. $S=\left\{-\frac{1}{3}\right\}$

c) $\frac{2x+1}{3x-2}=0$. Valeur interdite : il faut que $3x-2\neq 0 \Leftrightarrow x\neq\frac{2}{3}$.
Sous cette condition, $\frac{2x+1}{3x-2}=\Leftrightarrow 2x+1=0 \Leftrightarrow 2x=-1 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$. $S=\left\{-\frac{1}{2}\right\}$

d) $\frac{7x+1}{2x-3}=2$. Valeur interdite : il faut que $2x-3\neq 0 \Leftrightarrow$

$x \neq \dfrac{3}{2}$.

Sous cette condition, $\dfrac{7x+1}{2x-3} = 2 \Leftrightarrow 7x+1 = 2(2x-3) \Leftrightarrow 7x+1 = 4x-6$

$\Leftrightarrow 7x - 4x = -6 - 1 \Leftrightarrow 3x = -7 \Leftrightarrow x = -\dfrac{7}{3}$.$S = \left\{-\dfrac{7}{3}\right\}$

e) $\dfrac{x^2-2x}{2+x} = 0$. Valeur interdite : il faut que $2+x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -2$.

Sous cette condition, $\dfrac{x^2-2x}{2+x} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0$

$\Leftrightarrow x(x-2) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 2$. $S = \{0\,;\,2\}$

f) $\dfrac{x^2-9}{3x} = 0$. Valeur interdite : il faut que $3x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0$.

Sous cette condition, $\dfrac{x^2-9}{3x} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3^2 = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x+3) = 0$

$\Leftrightarrow x - 3 = 0$ ou $x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$ ou $x = -3$. $S = \{3\,;\,-3\}$

g) $\dfrac{9}{x+1} = 5 - x$. Valeur interdite : il faut que $x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$.

Sous cette condition, $\dfrac{9}{x+1} = 5 - x \Leftrightarrow 9 = (5-x)(x+1)$

$\Leftrightarrow 9 - (5-x)(x+1) = 0 \Leftrightarrow 9 - 5x - 5 + x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$

$\Leftrightarrow (x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$.$S = \{2\}$

h) $\dfrac{1}{x+1} - \dfrac{2}{x-1} = 0$.
Valeurs interdites : il faut que $x + 1 \neq 0$ et $x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$ et $x \neq 1$.

Sous ces conditions, $\dfrac{1}{x+1} - \dfrac{2}{x-1} = 0 \Leftrightarrow \dfrac{1}{x+1} = \dfrac{2}{x-1} = 0$

$\Leftrightarrow 1 \times (x-1) = 2 \times (x+1) \Leftrightarrow x - 1 = 2x + 2 \Leftrightarrow -1 - 2 = 2x - x \Leftrightarrow x = -3$. $S = \{-3\}$

i) $2x - 7 = \dfrac{4}{2x-7}$. Valeur interdite : il faut que $2x - 7 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \dfrac{7}{2}$.

Sous cette condition, $2x - 7 = \dfrac{4}{2x-7} \Leftrightarrow (2x-7)^2 = 4 \Leftrightarrow (2x-7)^2 - 2^2 = 0$

$\Leftrightarrow [(2x-7)-2]\,[(2x-7)+2] = 0 \Leftrightarrow [2x-9]\,[2x-5] = 0$

$\Leftrightarrow 2x - 9 = 0$ ou $2x - 5 = 0 \Leftrightarrow 2x = 9$ ou $2x = 5$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{9}{2}$ ou $x = \dfrac{5}{2}$. $S = \left\{\dfrac{9}{2}\,;\,\dfrac{5}{2}\right\}$

j) $\dfrac{x^2+4x-3}{x^2-1} = 1$.
Valeurs interdites : il faut que $x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x^2 \neq 1 \Leftrightarrow x \neq 1$ et $x \neq -1$.

Sous ces conditions, $\dfrac{x^2+4x-3}{x^2-1} = 1 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 3 = x^2 - 1 \Leftrightarrow 4x = -1 + 3$

$\Leftrightarrow 4x = 2 \Leftrightarrow x = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$. Ainsi, $S = \left\{\dfrac{1}{2}\right\}$

k) $\dfrac{9x^2-25}{(x+2)\,(3x+5)} = 0$.
Valeurs interdites : il faut que $x + 2 \neq 0$ et $3x + 5 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -2$ et $x \neq -\dfrac{5}{3}$.

Sous ces conditions, $\dfrac{9x^2-25}{(x+2)\,(3x+5)} = 0 \Leftrightarrow 9x^2 - 25 = 0 \Leftrightarrow (3x)^2 - 5^2 = 0$
$(3x-5)(3x+5) = 0 \Leftrightarrow 3x - 5 = 0$ ou $3x + 5 = 0 \Leftrightarrow 3x = 5$ ou $3x = -5$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{5}{3}$ ou $x = -\dfrac{5}{3}$

$-\dfrac{5}{3}$ étant une valeur interdite, l'ensemble des solution est : $S = \left\{\dfrac{5}{3}\right\}$

Exercice n°11

a) $x^2 = 9 \Leftrightarrow x = 3$ ou $x = -3$. $S = \{3\,;\,-3\}$

b) $x^2 = -4$. Impossible, $S = \varnothing$

c) $2x^2 = 16 \Leftrightarrow x^2 = 8 \Leftrightarrow x = \sqrt{8}$ ou $x = -\sqrt{8}$. Ainsi, $S = \left\{\sqrt{8}\,;\,-\sqrt{8}\right\}$

d) $3x^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 = \dfrac{1}{3} \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{1}{3}}$ ou $x = -\sqrt{\frac{1}{3}}$. Ainsi, $S = \left\{\sqrt{\frac{1}{3}}\,;\,-\sqrt{\frac{1}{3}}\right\}$

e) $(x+1)^2 = 4 \Leftrightarrow x + 1 = 2$ ou $x + 1 = -2 \Leftrightarrow x = 1$ ou $x = -3$. Ainsi, $S = \{1\,;\,-3\}$.

f) $(x-2)^2 = 3 \Leftrightarrow x - 2 = \sqrt{3}$ ou $x - 2 = -\sqrt{3} \Leftrightarrow x = 2 + \sqrt{3}$ ou $x = 2 - \sqrt{3}$. Ainsi, $S = \left\{2+\sqrt{3}\,;\,2-\sqrt{3}\right\}$.

Exercice n°12

Les trois questions indépendantes :

— En notant x la mesure du côté du premier carré, on doit avoir $(x+5)^2 = x^2 + 255$.
$\Leftrightarrow x^2 + 10x + 25 - x^2 - 255 = 0 \Leftrightarrow 10x = 230 \Leftrightarrow x = 23$.

— En notant x le nombre de deux-roues, on doit avoir :
$4 \times 5x + 2x = 264 \Leftrightarrow 22x = 264 \Leftrightarrow x = 12$.
Il y a donc 12 deux-roues et 60 voitures.

— En notant x le nombre d'années demandé, on doit avoir $32 + x = 20 + x + 6 + x$.
On en déduit que $x = 6$.

Exercice n°13

a. $E = (x-3)^2 - (x-1)(x-2)$
$= x^2 - 6x + 9 - (x^2 - 2x - 1x + 2)$
$= x^2 - 6x + 9 - x^2 + 2x + 1x - 2$
$= -3x + 7$.

b. Il suffit d'utiliser l'expression développée et réduite de la question précédente pour $x = 100\,000$, on obtient donc :
$99\,997^2 - 99\,999 \times 99\,998$
$= (100\,000 - 3)^2 - (100\,000 - 1)(100\,000 - 2)$
$= -3 \times 100\,000 + 7$
$= -299\,993$.

c. Factorisation :
$F = (4x+1)^2 - (4x+1)(7x-6)$
$F = \boxed{\text{(4x+1)}}(4x+1) - \boxed{\text{(4x+1)}}(7x-6)$

$F = \boxed{(4x+1)}[(4x+1)-(7x-6)]$
$F = (4x+1)(4x+1-7x+6)$
$F = (4x+1)(-3x+7)$

d. Résolution de l'équation $F = 0$.
$(4x+1)(-3x+7) = 0$
$4x+1 = 0$ ou $-3x+7 = 0$
$x = \frac{-1}{4}$ ou $x = \frac{7}{3}$.

$\frac{-1}{4}$ et $\frac{7}{3}$ sont les deux solutions de l'équation produit nul.

Exercice n°14

1. $D = (3x+1)(6x-9)-(2x-3)^2$
$D = (18x^2 - 27x + 6x - 9) - (4x^2 - 12x + 9)$
$D = 18x^2 - 27x + 6x - 9 - 4x^2 + 12x - 9$
$D = 14x^2 - 9x - 18$.

2. Quand $x = \frac{3}{2}$,
$D = (3 \times \frac{3}{2} + 1)(6 \times \frac{3}{2} - 9) - (2 \times \frac{3}{2} - 3)^2$
$D = (\frac{9}{2} + 1)(\frac{18}{2} - 9) - (\frac{6}{2} - 3)^2$
$D = (\frac{9}{2} + 1)(9 - 9) - (3 - 3)^2$
$D = 0$.

3. On a : $6x - 9 = \boxed{3} \times 2x - \boxed{3} \times 3 = 3(2x-3))$, donc
$D = 3(3x+1)(2x-3) - (2x-3)^2$
$D = 3(3x+1)(2x-3) - (2x-3)(2x-3)$
$D = (2x-3)[3(3x+1) - (2x-3)]$
$D = (2x-3)(7x+6)$.

4. Résolution de l'équation : $(7x+6)(2x-3) = 0$.
Soit $7x+6 = 0$, soit $2x-3 = 0$.
Donc : $x = \frac{-6}{7}$ ou $x = \frac{3}{2}$.
$\frac{-6}{7}$ et $\frac{3}{2}$ Sont les deux solutions de l'équation.

Exercice n°15

Deux villes A et B sont distantes de 42 km.
Un cycliste quitte A et se dirige vers B à la vitesse de 18 $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.
Un piéton quitte au même moment B et se dirige vers A à la vitesse de 6 $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.
On note :
- t le temps en heures écoulé depuis le départ du cycliste et du piéton ;
- c la distance en km parcourue par le cycliste ;
- p la distance en km parcourue par le piéton.

1.

```
Variables: t,c,p
DEBUT_ALGORITHME
    Entrer t
    c ← 18 * t
    p ← 6 * t
    Afficher c et p
FIN_ALGORITHME
```

2. Cela revient à chercher t tel que $18t + 6t = 42$.
On en déduit que $t = 1{,}75$ h ce qui correspond à 1 h et 45 min.

Exercice n°16

1. Calculs :

$$(1 \times 2 + 2 \times 3) \div 2 = 4 = 2^2.$$
$$(2 \times 3 + 3 \times 4) \div 2 = 9 = 3^2.$$
$$(3 \times 4 + 4 \times 5) \div 2 = 16 = 4^2.$$
$$(4 \times 5 + 5 \times 6) \div 2 = 25 = 5^2.$$

2. Soit x un nombre quelconque :

$$\frac{x(x+1) + (x+1)(x+2)}{2} = (x+1)^2.$$

3. En effet,

$$\begin{aligned}\frac{x(x+1) + (x+1)(x+2)}{2} &= \frac{(x+1)[x + (x+2)]}{2} \\ &= \frac{(x+1)[2x+2]}{2} \\ &= \frac{(x+1)[2(x+1)]}{2} \\ &= \frac{2(x+1)^2}{2} \\ &= (x+1)^2.\end{aligned}$$

Exercice n°17

Tom doit calculer $3{,}5^2$. « Pas la peine de prendre la calculatrice », lui dit Julie, tu n'as qu'à effectuer le produit de 3 par 4 et rajouter 0,25.

1. Effectuer le calcul proposé par Julie et vérifier que le résultat obtenu est bien le carré de 3,5.

$3 \times 4 + 0{,}25 = 12 + 0{,}25 = 12{,}25$

$3{,}5^2 = 12{,}25$

On trouve le même résultat.

2. Proposer une façon simple de calculer $7{,}5^2$ et donner le résultat.

$7 \times 8 + 0{,}25 = 56 + 0{,}25 = 56{,}25$

$7{,}5^2 = 56{,}25$

On trouve le même résultat.

3. Julie propose la conjecture suivante :
$(n + 0{,}5)^2 = n(n+1) + 0{,}25$
n est un nombre entier positif.
Prouver que la conjecture de Julie est vraie (quel que soit le nombre n).

$(n + 0{,}5)^2 = n^2 + n + 0{,}25$
$n(n+1) + 0{,}25 = n^2 + n + 0{,}25$

Julie a raison.