

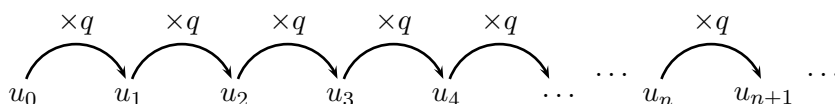


Croissance exponentielle - Suites géométriques

Cours, méthodes et exercices d'entraînement

Définition

Une suite est dite géométrique lorsque chaque terme se déduit du précédent en le multipliant par un nombre réel constant q , appelé raison de la suite. Ainsi, pour tout $n \in \mathbb{N} : u_{n+1} = q \times u_n$.



Exemple

- ▶ La suite de nombres 1, 2, 4, 8, 16, 32, ... des puissances successives de 2 est la suite géométrique de raison $q = 2$ et de premier terme $u_0 = 1$.
- ▶ La suite (v_n) de terme général $v_n = (-1)^n$, pour laquelle $v_0 = 1, v_1 = -1, v_2 = 1, v_3 = -1, \dots$ est la suite géométrique de premier terme $v_0 = 1$ et de raison $q = -1$.

Propriété

Soit (u_n) une suite géométrique de raison q telle que $u_0 > 0$:

- ▶ Si $q > 1$, (u_n) est croissante ; si $0 < q < 1$, (u_n) est décroissante ; si $q = 1$, (u_n) est constante.
- ▶ Le nuage de points représentant la suite (u_n) suit une croissance exponentielle.

Propriété

Soit (u_n) une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q , alors, pour tout entier n , $u_n = u_0 \times q^n$.

Méthode

- ▶ Pour prouver qu'une suite (u_n) est arithmétique, on montre que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, la différence $u_{n+1} - u_n$ est une constante, c'est-à-dire indépendante de l'entier n .
- ▶ Pour prouver qu'une suite (u_n) est géométrique, on montre que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, la quotient $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ est une constante, c'est-à-dire indépendante de l'entier n .

Exemple

- ▶ La suite arithmétique (v_n) de premier terme $v_0 = -5$ et de raison $r = 2$, s'écrit sous la forme $v_n = \dots$
- ▶ La suite arithmétique (w_n) de premier terme $w_0 = 7$ et de raison $r = -3$, s'écrit sous la forme $w_n = \dots$
- ▶ La suite géométrique (z_n) de premier terme 0,2 et de raison $q = 1,1$, s'écrit sous la forme $z_n = \dots$



Exercice 1

On définit la suite $(a_n)_{n \geq 0}$ par : $a_n = 4^n$. Quelle est la nature de cette suite ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 2

On considère la suite $(b_n)_{n \geq 0}$ définie par : $b_0 = 8$ et $b_{n+1} = \frac{b_n}{2}$. Quelle est la nature de cette suite ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 3

On considère la suite $(c_n)_{n \geq 0}$ définie par : $c_n = \frac{1}{2^n}$. Quelle est la nature de cette suite ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 4

On définit la suite $(c_n)_{n \geq 0}$ par : $c_{n+1} = \frac{c_n}{2}$ et $c_0 = 5$. Montrer que cette suite est géométrique et donner son expression en fonction de n .

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Exercice 5

On définit la suite $(w_n)_{n \geq 0}$ par : $w_{n+1} = w_n - 1$ et $w_0 = -1$. Montrer que cette suite est arithmétique et donner son expression en fonction de n .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 6

On suit l'évolution d'une quantité sur plusieurs périodes. Ces évolutions sont-elles caractéristiques d'une croissance exponentielle ?

1. La quantité augmente à chaque période de 50 %.

.....

.....

2. La quantité double à chaque période.

.....

.....

3. La quantité diminue de 30 % chaque période.

.....

.....

4. La quantité est augmentée de 100 à chaque période.

.....

.....

Exercice 7

Indiquer dans chacun des cas suivants si la situation conduit à une modélisation caractérisée par une croissance linéaire ou exponentielle.

1. Le salaire d'Angela augmente de 1 % chaque année.

.....

.....

2. Jean lit chaque jour 10 % des pages restantes de son livre.

.....

.....

3. Rosa verse chaque mois 50 euros sur son livret d'épargne.

.....

.....

4. Le nombre de lentilles d'eau d'un lac double chaque

.....

..... semaine.

5. Le taux de chômage d'un pays augmente d'un point chaque année.

.....

.....