



Variation globale - Fonction dérivée

Cours, méthodes et exercices d'entraînement

1 Fonction dérivée, signe et sens de variation

Définition

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I .

La fonction qui, à tout réel x de I , associe le nombre dérivé $f'(x)$ est appelée fonction dérivée de f .

On la note f' .

Propriété

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I .

- ▶ Si pour tout x de I , on a $f'(x) > 0$, alors f est croissante sur I .
- ▶ Si pour tout x de I , on a $f'(x) \leq 0$, alors f est décroissante sur I .
- ▶ Si pour tout x de I , on a $f'(x) = 0$, alors f est constante sur I .

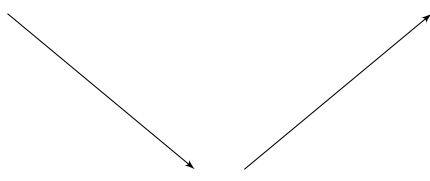
Exemple

On considère la fonction g définie par : $g(x) = x^2$.

g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et sa dérivée en x , $g'(x)$ est égale $2x$. En effet, pour tout $x \in \mathbb{R}$ et $h > 0$:

.....

Tableau de variation :

x	$-\infty$	$\dots$	$+\infty$
$g'(x)$		0	
$g(x)$			



2 Calcul d'une fonction dérivée

Propriété

Fonction f	Dérivée
$f(x) = k$ (constante)	$f'(x) = 0$
$f(x) = x$	$f'(x) = 1$
$f(x) = x^2$	$f'(x) = 2x$
$f(x) = x^3$	$f'(x) = 3x^2$

Propriété

f et g sont deux fonctions dérivables sur un intervalle I .

Fonction	Dérivée
ku , (k constante)	ku'
$u + v$	$u' + v'$

3 Applications aux fonctions polynômes de degré 2 et 3

Propriété

- ▶ Les fonctions polynômes de degré 2 définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = ax^2 + bx + c$ sont dérivables sur $\mathbb{R}$ et pour tout réel x , $f'(x) = 2ax + b$.
- ▶ Les fonctions polynômes de degré 3 définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ sont dérivables sur $\mathbb{R}$ et pour tout réel x , $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

Propriété

Lorsque la fonction dérivée s'annule et change de signe, la fonction f admet un extremum local.

Exercice 1

Calculer, pour chacune des fonctions suivantes, sa fonction dérivée.

1. $f(x) = x^2 + 4$
2. $g(x) = x^3 + x$
3. $h(x) = 4x^2 - 6x$
4. $k(x) = 2x^3 - 5x^2 + 7x - 5$
5. $u(x) = 2x^2 - 4x + 9$
6. $v(x) = -2x^3 + 6x^2 - 3x + 9$

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 + 6x - 10.$$

1. (a) Calculer $f'(x)$
- (b) Étudier le signe de $f'(x)$



.....
.....

2. (a) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

.....
.....
.....
.....
.....

- (b) En déduire que f admet un extremum sur $\mathbb{R}$. Préciser en quelle valeur de x il est atteint.

.....
.....

Exercice 3

On définit la fonction f sur l'intervalle $[0; 20]$ par :

$$f(x) = -x^3 + 30x^2 - 108x - 500.$$

1. On admet que f est dérivable sur l'intervalle $[0; 20]$ et on note f' sa dérivée. Calculer $f'(x)$

.....
.....

2. Montrer que $f'(x) = -3(x - 2)(x - 18)$

.....
.....

3. Donner les abscisses des points de la courbe représentative de f en lesquels la tangente est horizontale.

.....
.....

4. Étudier le signe de cette fonction dérivée puis dresser le tableau de variations de la fonction f sur $[0; 20]$.

Y a-t-il un maximum sur l'intervalle $[0; 20]$? Si oui donner ses coordonnées.

.....
.....
.....
.....