# Corrigés

Série d'exercices | Classe : 1re Spé | Lycée : Evariste Galois

## Exercice n°1

a) $\|\vec{u}\| = \sqrt{6^2+8^2} = \sqrt{100} = 10$.

b) $\|\vec{u}\| = \sqrt{(-\sqrt{2})^2+3^2} = \sqrt{2+9} = \sqrt{11}$.

c) $\|\vec{u}\| = \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2+(-1)^2} = \sqrt{\frac{9}{16}+1} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4}$.

## Exercice n°2

a) $\det(\vec{u},\vec{v}) = \begin{vmatrix} 2 & 8 \\ -1 & -4 \end{vmatrix} = 2\times(-4)-(-1)\times 8 = 0$, donc les deux vecteurs sont colinéaires.

b) $\det(\vec{u},\vec{v}) = \begin{vmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{2}{3} \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = -\frac{1}{2}\times 4 - 3\times(-\frac{2}{3}) = 0$, donc les deux vecteurs sont colinéaires.

c) $\det(\vec{u},\vec{v}) = \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = -1\times 4 - 0\times 3 = -4 \neq 0$, donc les deux vecteurs ne sont pas colinéaires.

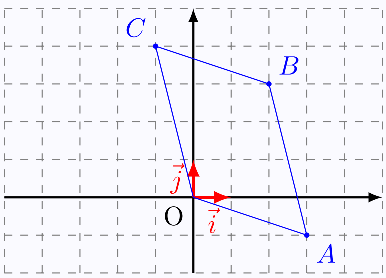
d) $\det(\vec{u},\vec{v}) = \begin{vmatrix} \sqrt{3} & 3 \\ -1 & \sqrt{3} \end{vmatrix} = \sqrt{3}\times\sqrt{3}-(-1)\times 3 = 6$, donc les deux vecteurs ne sont pas colinéaires.

e) $\det(\vec{u},\vec{v})$
$= \begin{vmatrix} \sqrt{2} & -3 \\ -2 & 3\sqrt{2} \end{vmatrix}$
$= \sqrt{2}\times 3\sqrt{2}-(-2)\times(-3) = 0$, donc les deux vecteurs sont colinéaires.

f) $\det(\vec{u},\vec{v})$
$= \begin{vmatrix} \sqrt{3}-2 & 1 \\ 1 & \sqrt{3}+2 \end{vmatrix}$
$= (\sqrt{3}-2)\times(\sqrt{3}+2) - 1\times 1 = (\sqrt{3})^2-2^2-1$
$= 3-4-1 = -2 \neq 0$, donc les deux vecteurs ne sont pas colinéaires.

## Exercice n°3

1. Voici la représentation graphique.




2. $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{OC}\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{CB}\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$.

3. $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{CB}$ ont les mêmes coordonnées, ils sont donc égaux. On peut en déduire que $OABC$ est un parallélogramme.

## Exercice n°4

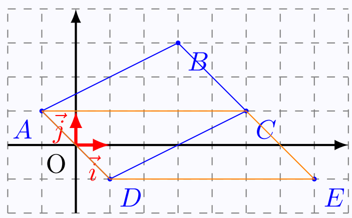
a) $\det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}) = \begin{vmatrix} 4 & 12 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 4\times 3 - 1\times 12 = 0$, les points $A$, $B$ et $C$ sont donc alignés.

b) $\det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}) = \begin{vmatrix} 1 & \frac{3}{2} \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 1\times 3 - 2\times\frac{3}{2} = 0$, les points $A$, $B$ et $C$ sont donc alignés.

c) $\det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}) = \begin{vmatrix} \frac{9}{2} & 9 \\ -3 & -6 \end{vmatrix} = \frac{9}{2}\times(-6)-(-3)\times 9 = 0$, les points $A$, $B$ et $C$ sont donc alignés.

## Exercice n°5

a) Dans le repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ ci-dessous, placer les points $A\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $C\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$.




b) $ABCD$ parallélogramme

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} x_D+1 \\ y_D-1 \end{pmatrix} = \overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_D+1 = 2 \\ y_D-1 = -2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 1 \\ y_D = -1 \end{cases}$.

c) $ADEC$ parallélogramme

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} = \overrightarrow{CE}\begin{pmatrix} x_E-5 \\ y_E-1 \end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_E-5 = 2 \\ y_E-1 = -2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_E = 7 \\ y_E = -1 \end{cases}$.

## Exercice n°6

1. $\vec{u}\binom{-1}{2}$ est un vecteur directeur de $(d_1)$.
Soit $M\binom{x}{y} \in (d_1)$. Les deux vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires. Ainsi,
$\det(\overrightarrow{AM},\vec{u}) = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} x & -1 \\ y-1 & 2 \end{vmatrix} = 0$.
Par conséquent, $2x+y-1=0$ est une équation cartésienne de la droite $(d_1)$.

2. $\vec{u}\binom{-1}{-3}$ un vecteur directeur de la droite $(d_2)$ d'équation $y-3x=4$.

3. Donner l'équation réduite des droites suivantes.
   (a) $y = x + 2$ est l'équation réduite de $(d)$.
   (b) $y = -3x + \dfrac{1}{2}$ est l'équation réduite de $(d')$.
4. On considère la droite $(d_3)$ d'équation cartésienne $-2x + 3y - 4 = 0$.
   (a) $-2 \times (-1) + 3 \times 2 - 4 = 2 + 6 - 4 = 4 \neq 0$ donc $A \notin (d_3)$.
   (b) Pour $y = 0$, $x = -2$ donc le point d'intersection avec l'axe des abscisses a pour coordonnées $A(-2\ ;\ 0)$.

## Exercice n°7

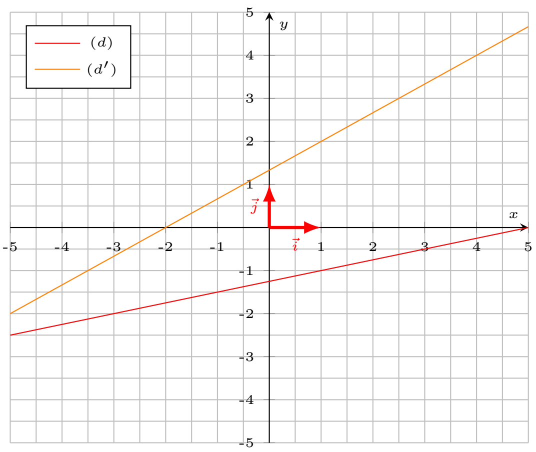
Indiquer, en justifiant votre réponse, si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.

1. Cette affirmation est fausse. En effet,
   $\det(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) = \begin{vmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 3 \neq 0.$
   Ainsi, $\overrightarrow{u}\binom{0}{1}$ et $\overrightarrow{v}\binom{-3}{0}$ ne sont pas colinéaires.
2. cette affirmation est fausse. En effet,
   Si $ABCD$ est un parallélogramme, alors : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \neq 2\overrightarrow{CD}$.
3. Cette affirmation est fausse. En effet,
   Si $\overrightarrow{EF} = \dfrac{5}{6}\overrightarrow{FG}$, alors $\overrightarrow{FE} = -\dfrac{5}{6}\overrightarrow{FG}$.
   Les deux vecteurs $\overrightarrow{FE}$ et $\overrightarrow{FG}$ ont des sens opposés, donc $E$ n'appartient pas $[FG]$.
4. Cette affirmation est vraie. En effet, pour tout réel $x$,
   $\det(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) = \begin{vmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{18} \\ x & 3x \end{vmatrix} = 3\sqrt{2}x - \sqrt{18}x = 0.$

## Exercice n°8

On considère les droites $(d)$ et $(d')$ d'équation respective $x - 4y - 5 = 0$ et $-2x + 3y = 4$.

1. (a) $1 - 4 \times (-1) - 5 = 0$, donc le point $A(1\ ;\ -1)$ appartient à la droite $(d)$.
   (b) $E \in (d)$, donc $5 - 4y - 5 = 0$ ce qui implique que $y = 0$.
   Ainsi, $E\binom{5}{0}$ sont les coordonnées du point $E$.
   (c) Voir la figure. dans un repère.
2. Voir la figure.




## Exercice n°9

On considère un paramètre réel $m$.

1. Soit $(d)$ la droite d'équation $2x - 5y + 2 = 0$.
   (a) Si $A\left(m\ ;\ -\dfrac{1}{3}\right) \in (d)$, alors :
   $2m - 5 \times \dfrac{-1}{3} + 2 = 0.$
   Par conséquent, $m = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{5}{3} + 2\right) = \dfrac{11}{6}$.
   (b) Si $A(0\ ;\ m^2) \in (d)$, alors : $0 - 5m^2 + 2 = 0$.
   Par conséquent, $m = \sqrt{\dfrac{2}{5}}$ ou $m = -\sqrt{\dfrac{2}{5}}$.
   (c) Si $A(5m\ ;\ 2m+1) \in (d)$, alors :
   $2 \times 5m - 5(2m+1) + 2 = 0 \Leftrightarrow -3 = 0$.
   Absurde ! Par conséquent, $A(5m\ ;\ 2m+1) \notin (d)$.
   (d) Si $A(m^2 - 1\ ;\ m) \in (d)$, alors :
   $2(m^2 - 1) - 5m + 2 = 0 \Leftrightarrow 2m^2 - 5m = 0 \Leftrightarrow m(2m - 5) = 0$.
   Par conséquent, $m = 0$ ou $m = \dfrac{5}{2}$. .
2. $4x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{5}{4}$.
   (a) Si $A\left(m\ ;\ -\dfrac{1}{3}\right) \in (d)$, alors $m = -\dfrac{5}{4}$.
   (b) $A(0\ ;\ m^2) \notin (d)$, car : $x = -\dfrac{5}{4} \neq 0$.
   (c) Si $A(5m\ ;\ 2m+1) \in (d)$, alors $5m = -\dfrac{5}{4}$.
   Autrement dit, $m = -\dfrac{1}{4}$.
   (d) Si $A(m^2 - 1\ ;\ m) \in (d)$, alors :
   $m^2 - 1 = -\dfrac{5}{4} \Leftrightarrow m^2 = -\dfrac{1}{4}$.
   Absurde ! Par conséquent, $A(m^2 - 1\ ;\ m) \notin (d)$. .

## Exercice n°10

1. $\vec{u}\binom{-1}{-1}$ est un vecteur directeur de la droite d'équation $-x + y = 3$.
2. $\vec{u}\binom{-25}{12}$ est un vecteur directeur de la droite d'équation $12x + 25y - 7 = 0$.
3. $\vec{u}\binom{-1}{-7}$ est un vecteur directeur de la droite d'équation $y - 7x = -8$.
4. $\vec{u}\binom{0}{-1}$ est un vecteur directeur de la droite d'équation $-2x + 1 = 0$.
5. $\vec{u}\binom{1}{2}$ est un vecteur directeur de la droite d'équation $y = 2x - 5$.
6. $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\ \frac{1}{3}\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite d'équation $\dfrac{x}{3} + y - 1 = 0$.

## Exercice n°11

On considère les droites $(d_1)$, $(d_2)$ et $(d_3)$ d'équation respective :

— $(d_1)$ : $2x + y + 4 = 0$ ;
— $(d_2)$ : $-x + 2y - 5 = 0$ ;
— $(d_3)$ : $3x - y + 9 = 0$.

1. (a) Démontrer que $(d_1)$ et $(d_2)$ sont sécantes.
   (b) Déterminer les coordonnées de $A$, point d'intersection de $(d_1)$ et $(d_2)$.
2. Montrer que $(d_1)$, $(d_2)$ et $(d_3)$ sont concourantes.

## Exercice n°12

a) Notons $y = mx + p$, l'équation réduite de la droite passant par les deux points $A\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $B\begin{pmatrix} 7 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Calculons le coefficient directeur $m$ : $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{1}{4}$.
Calculons $p$ : $A$ étant un point de la droite, $y_A = \dfrac{1}{4}x_A + p \Leftrightarrow -3 = \dfrac{1}{4} \times (-1) + p \Leftrightarrow p = -\dfrac{11}{4}$.

Conclusion : $y = \frac{1}{4}x - \frac{11}{4}$ est l'équation réduite passant par $A$ et $B$.

b) Notons $y = mx + p$, l'équation réduite de la droite passant par les deux points $A\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $B\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Calculons le coefficient directeur $m$ : $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = -\dfrac{1}{5}$.
Calculons $p$ : $A$ étant un point de la droite, $y_A = -\dfrac{1}{5}x_A + p \Leftrightarrow 2 = -\dfrac{1}{5} \times 4 + p \Leftrightarrow p = \dfrac{14}{5}$.

Conclusion : $y = -\frac{1}{5}x + \frac{14}{5}$ est l'équation réduite passant par $A$ et $B$.

c) Notons $y = mx + p$, l'équation réduite de la droite passant par les deux points $A\begin{pmatrix} -5 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $B\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -3 \end{pmatrix}$.

Calculons le coefficient directeur $m$ : $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = -\dfrac{2}{11}$.
Calculons $p$ : $A$ étant un point de la droite, $y_A = -\dfrac{2}{11}x_A + p \Leftrightarrow -2 = -\dfrac{2}{11} \times (-5) + p \Leftrightarrow p = -\dfrac{32}{11}$.

Conclusion : $y = -\frac{2}{11}x - \frac{32}{11}$ est l'équation réduite passant par $A$ et $B$.

d) Notons $y = mx + p$, l'équation réduite de la droite passant par les deux points $A\begin{pmatrix} -1 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$ et $B\begin{pmatrix} 0 \\ 2\sqrt{2} \end{pmatrix}$.

Calculons le coefficient directeur $m$ : $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \sqrt{2}$.
Calculons $p$ : $A$ étant un point de la droite, $y_A = \sqrt{2}x_A + p \Leftrightarrow \sqrt{2} = \sqrt{2} \times 1 + p \Leftrightarrow p = 2\sqrt{2}$.

Conclusion : $y = \sqrt{2}x + 2\sqrt{2}$ est l'équation réduite passant par $A$ et $B$.

e) Notons $y = mx + p$, l'équation réduite de la droite passant par les deux points $A\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{4} \end{pmatrix}$ et $B\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$.

Calculons le coefficient directeur $m$ : $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{3}{2}$.
Calculons $p$ : $A$ étant un point de la droite, $y_A = \dfrac{3}{2}x_A + p \Leftrightarrow \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{2} \times 0 + p \Leftrightarrow p = \dfrac{1}{4}$.

Conclusion : $y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{4}$ est l'équation réduite passant par $A$ et $B$.

f) Notons $y = mx + p$, l'équation réduite de la droite passant par les deux points $A\begin{pmatrix} \frac{5}{2} \\ -1 \end{pmatrix}$ et $B\begin{pmatrix} -2 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

Calculons le coefficient directeur $m$ : $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = -\dfrac{1}{3}$.
Calculons $p$ : $A$ étant un point de la droite, $y_A = -\dfrac{1}{3}x_A + p \Leftrightarrow -1 = -\dfrac{1}{3} \times \dfrac{5}{2} + p \Leftrightarrow p = -\dfrac{1}{6}$.

Conclusion : $y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{6}$ est l'équation réduite passant par $A$ et $B$.

## Exercice n°13

a) $(d')$ : $y = -2x + p$. $A$ étant un point de la droite $(d')$, $y_A = -2x_A + p \Leftrightarrow 0 = 6 + p \Leftrightarrow p = -6$.
Ainsi l'équation réduite est donnée par : $y = -2x - 6$.

b) $(d')$ : $y = -\dfrac{3}{2}x + p$. $A$ étant un point de la droite $(d')$, $y_A = -\dfrac{3}{2}x_A + p \Leftrightarrow 1 = 3 + p \Leftrightarrow p = -2$.
Ainsi l'équation réduite est donnée par : $y = -\dfrac{3}{2}x - 2$.

c) $(d')$ : $y = y_A$.
Donc l'équation réduite est :$y = 2$.

d) $(d')$ : $x = x_A$.
Donc l'équation est donnée par : $x = 7$.

## Exercice n°14

Dans un plan muni d'un repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$, on considère le point $A\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$ et $(d)$ la droite d'équation $3x+2y-1=0$.

$\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix} = \vec{u}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de $(d)$, et donc de $(d')$, puisque les deux droites sont parallèles. Dès lors,
$M\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} \in (d') \Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AM},\vec{u}) = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix}x+2 & -2\\ y-1 & 3\end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 3(x+2)-(-2)\times(y-1) = 0 \Leftrightarrow 3x+2y+4=0$.
**Conclusion :** $3x+2y+4=0=0$ est une équation cartésienne représentant la droite $(d')$.

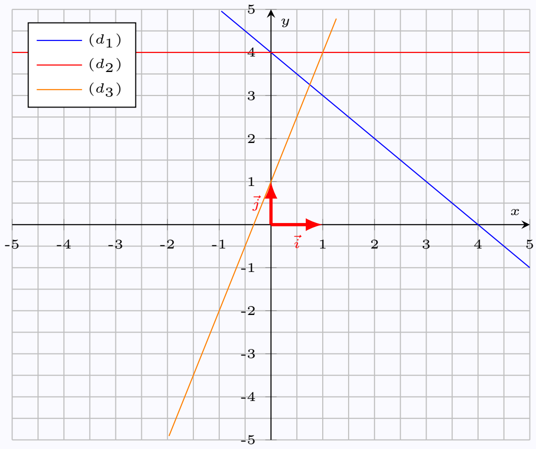
## Exercice n°15

Dans le repère ci-dessous, tracer les droites suivantes :

— $(d_1)$ passant par $A\begin{pmatrix}0\\4\end{pmatrix}$ et de coefficient directeur égal à $-1 \Rightarrow (d_1) : y=-x+4$.

— $(d_2)$ passant par $B\begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix}$ et de coefficient directeur égal à $0 \Rightarrow (d_1) : y=4$.

— $(d_3)$ passant par $C\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}$ et de coefficient directeur égal à $3 \Rightarrow (d_1) : y=3x+1$.




## Exercice n°16

a) $\begin{matrix}L_1\\L_2\end{matrix}\begin{cases}2x-5y=-8\\x+7y=15\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{matrix}7L_1+5L_2\\L_1-2L_2\end{matrix}\begin{cases}19x=19\\-19y=-38\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$.

b) $\begin{matrix}L_1\\L_2\end{matrix}\begin{cases}10x+4y=3\\-5x+20y=4\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{matrix}5L_1-L_2\\L_1+2L_2\end{matrix}\begin{cases}55x=11\\44y=11\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\frac{1}{5}\\y=\frac{1}{4}\end{cases}$.

c) $\begin{matrix}L_1\\L_2\end{matrix}\begin{cases}4x+y=5\\6x-2y=-3\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{matrix}2L_1+L_2\\3L_1-2L_2\end{matrix}\begin{cases}14x=7\\7y=21\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\frac{1}{2}\\y=3\end{cases}$.

d) $\begin{matrix}L_1\\L_2\end{matrix}\begin{cases}-x+4y=22\\2x+5y=-5\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{matrix}7L_1+5L_2\\L_1-2L_2\end{matrix}\begin{cases}-13x=130\\13y=39\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-10\\y=3\end{cases}$.