Série d'exercices

Corrigés — Classe : 1re Spé — Lycée : Evariste Galois

Exercice n°1

Le plan étant muni d'une base orthonormée, calculer la norme de $\vec{u}$ dans les cas suivants :

a) $\vec{u}\begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix}$ b) $\vec{u}\begin{pmatrix} -\sqrt{2} \\ 3 \end{pmatrix}$ c) $\vec{u}\begin{pmatrix} \frac{3}{4} \\ -1 \end{pmatrix}$

Exercice n°2

Le plan étant muni d'une base, déterminer si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires dans les cas suivants :

a) $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\vec{v}\begin{pmatrix} 8 \\ -4 \end{pmatrix}$ b) $\vec{u}\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 3 \end{pmatrix}$ $\vec{v}\begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ 4 \end{pmatrix}$

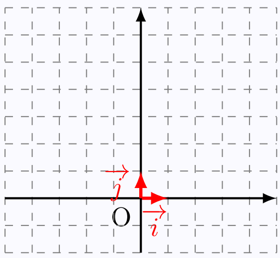
c) $\vec{u}\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\vec{v}\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ d) $\vec{u}\begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ -1 \end{pmatrix}$ $\vec{v}\begin{pmatrix} 3 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$

e) $\vec{u}\begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ -2 \end{pmatrix}$ $\vec{v}\begin{pmatrix} -3 \\ 3\sqrt{2} \end{pmatrix}$

f) $\vec{u}\begin{pmatrix} \sqrt{3}-2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{v}\begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3}+2 \end{pmatrix}$

Exercice n°3

1. Dans le repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ ci-dessous, placer les points $A\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $C\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$.



2. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{CB}$.
3. Quelle est la nature du quadrilatère $OABC$?

Exercice n°4

Déterminer si les points A, B et C sont alignés ou non dans les cas suivants :

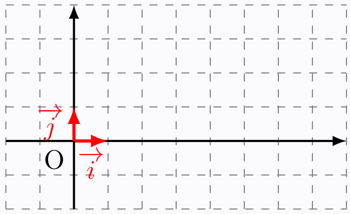
a) $A\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix} 15 \\ 5 \end{pmatrix}$.

b) $A\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 3 \end{pmatrix}$.

c) $A\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix} \frac{17}{2} \\ -5 \end{pmatrix}$.

Exercice n°5

a) Dans le repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ ci-dessous, placer les points $A\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $C\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$.



b) Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

c) Déterminer les coordonnées du point E tel que $ADEC$ soit un parallélogramme.

Exercice n°6

1. Déterminer une équation de la droite (d_1) passant par $A(0\ ;\ 1)$ et de vecteur directeur $\vec{u}\binom{-1}{2}$.
2. Déterminer un vecteur directeur de la droite (d_2) d'équation $y-3x=4$.
3. Donner l'équation réduite des droites suivantes.
   (a) (d) d'équation $x-y+2=0$
   (b) (d') d'équation $6x+2y=1$
4. On considère la droite (d_3) d'équation cartésienne $-2x+3y-4=0$.
   (a) Le point $A(-1\ ;\ 2)$ appartient-il à la droite (d_3) ?
   (b) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de (d_3) avec l'axe des abscisses.

Exercice n°7

Indiquer, en justifiant votre réponse, si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.

1. $\vec{u}\binom{0}{1}$ et $\vec{v}\binom{-3}{0}$ sont colinéaires.
2. Si $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{CD}$, alors $ABCD$ est un parallélogramme.
3. Si $\overrightarrow{EF}=\dfrac{5}{6}\overrightarrow{FG}$, alors E est un point de $[FG]$.
4. Pour tout réel x, $\vec{u}\binom{\sqrt{2}}{x}$ et $\vec{v}\binom{\sqrt{18}}{3x}$ sont colinéaires.

Exercice n°8

On considère les droites (d) et (d') d'équation respective $x-4y-5=0$ et $-2x+3y=4$.

1. (a) Le point $A(1\ ;\ -1)$ appartient-il à la droite (d) ?
   (b) Déterminer les coordonnées du point E d'abscisse 5 appartenant à la droite (d).
   (c) Tracer la droite (d) dans un repère.

2. Tracer dans le même repère la droite (d').

Exercice n°9

On considère un paramètre réel m.

1. Soit (d) la droite d'équation $2x-5y+2=0$.
   Trouver les éventuelles valeurs de m telles que $A \in (d)$:
   (a) $A\left(m\ ;\ -\dfrac{1}{3}\right)$;
   (b) $A(0\ ;\ m^2)$;
   (c) $A(5m\ ;\ 2m+1)$;
   (d) $A(m^2-1\ ;\ m)$.
2. Reprendre la question précédente avec la droite (d') d'équation $4x+5=0$.

Exercice n°10

Donner un vecteur directeur et un point de la droite (d) d'équation :

1. $-x+y=3$;
2. $12x+25y-7=0$;
3. $y-7x=-8$;
4. $-2x+1=0$;
5. $y=2x-5$;
6. $\dfrac{x}{3}+y-1=0$.

Exercice n°11

On considère les droites (d_1), (d_2) et (d_3) d'équation respective :
— (d_1) : $2x+y+4=0$;
— (d_2) : $-x+2y-5=0$;
— (d_3) : $3x-y+9=0$.

1. (a) Démontrer que (d_1) et (d_2) sont sécantes.
   (b) Déterminer les coordonnées de A, point d'intersection de (d_1) et (d_2).
2. Montrer que (d_1), (d_2) et (d_3) sont concourantes.

Exercice n°12

Déterminer l'équation réduite de la droite passant par A et B dans les cas suivants :

a) $A\begin{pmatrix}-1\\-3\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}7\\-1\end{pmatrix}$; b) $A\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$;

c) $A\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\-3\end{pmatrix}$; d) $A\begin{pmatrix}-1\\\sqrt{2}\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}0\\2\sqrt{2}\end{pmatrix}$;

e) $A\begin{pmatrix}0\\\frac{1}{4}\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\1\end{pmatrix}$; f) $A\begin{pmatrix}\frac{5}{2}\\-1\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}-2\\\frac{1}{2}\end{pmatrix}$.

Exercice n°13

Déterminer l'équation réduite de la droite (d') parallèle à (d) et passant par A dans les cas suivants :

a) $(d) : y=-2x+\dfrac{1}{2}$; $A\begin{pmatrix}-3\\0\end{pmatrix}$;

b) $(d) : y=-\dfrac{3}{2}x+1$; $A\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$;

c) $(d) : y=1$; $A\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$;

d) $(d) : x=4$; $A\begin{pmatrix}7\\2\end{pmatrix}$.

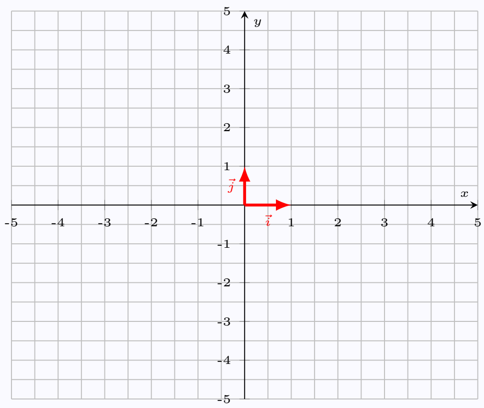
Exercice n°14

Dans un plan muni d'un repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$, on considère le point $A\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$ et (d) la droite d'équation $3x+2y-1=0$.
Déterminer une équation de la droite (d') parallèle à (d) et passant par A.

Exercice n°15

Dans le repère ci-dessous, tracer les droites suivantes :

— (d_1) passant par $A\begin{pmatrix}0\\4\end{pmatrix}$ et de coefficient directeur égal à -1.
— (d_2) passant par $B\begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix}$ et de coefficient directeur égal à 0.
— (d_3) passant par $C\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}$ et de coefficient directeur égal à 3.



Exercice n°16

Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes suivants :

a) $\begin{cases}2x-5y=-8\\x+7y=15\end{cases}$ b) $\begin{cases}10x+4y=3\\-5x+20y=4\end{cases}$

c) $\begin{cases}4x+y=5\\6x-2y=-3\end{cases}$ d) $\begin{cases}-x+4y=22\\2x+5y=-5\end{cases}$