1re Spé Maths
Entraînement

Trigonométrie

Corrigés

Évarite Galois
maths-mde.fr

Exercice 1 :

x (rad)	$\frac{\pi}{5}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{5}$	$\frac{4\pi}{5}$	π	$\frac{4\pi}{3}$
x (deg)	36	60	72	144	180	240

Exercice 2 :

x (deg)	30	45	75	90	135	150
x (rad)	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$

Exercice 3 :

1. Les mesures principales de 15π, -3π, -6π, 28π et $-\pi$ sont respectivement π, π, 0, 0 et π.
2. Les mesures principales de $-\frac{3\pi}{2}$, $-\frac{7\pi}{2}$, $-\frac{\pi}{2}$, $\frac{8\pi}{2}$ et $\frac{26\pi}{2}$ sont respectivement $\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2}$, $-\frac{\pi}{2}$, 0 et π.

Exercice 4 :

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls tels que : $(\vec{u},\vec{v}) = \frac{\pi}{4}$.

1. $(\vec{v},\vec{u}) = -\frac{\pi}{4}$.
2. $(\vec{u},-\vec{v}) = -\frac{3\pi}{4}$.
3. $(-\vec{u},-\vec{v}) = \frac{\pi}{4}$.
4. $(\vec{v},-\vec{u}) = \frac{3\pi}{4}$.

Exercice 5 :

Soit $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$, $\vec{r}$ et $\vec{t}$ des vecteurs non nuls.

1. $(\vec{u},\vec{v}) + (\vec{v},\vec{w}) = (\vec{u},\vec{w})$
2. $(\vec{v},\vec{w}) + (\vec{w},\vec{t}) = (\vec{v},\vec{t})$
3. $(\vec{t},\vec{w}) + (\vec{v},\vec{t}) = (\vec{v},\vec{w})$

Exercice 6 :

1. $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)$.
2. $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)$.
3. $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right) + \left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{CB}\right)$.

Exercice 7 :

Soit A, B, C et D quatre points du plan tels que $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right) = \frac{2\pi}{3}$.

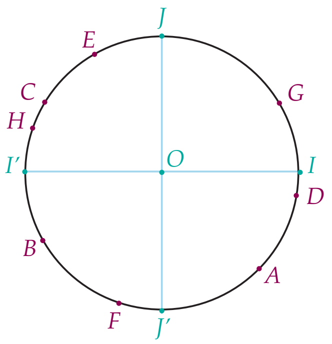
1. $\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{DC}\right) = \frac{2\pi}{3}$.
2. $\left(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{AB}\right) = -\frac{2\pi}{3}$.
3. $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{DC}\right) = \frac{5\pi}{3}$.
4. $\left(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{AB}\right) = \frac{\pi}{3}$.

Exercice 8 :

x	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{4\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{4\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$
$\cos x$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\sin x$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice 9 :

Les points A, B, C, D, E, F, G et H sont placés sur le cercle trigonométrique ci-dessous.



1 $A : -\frac{\pi}{4}$ $\quad B : -\frac{5\pi}{6}$ $\quad C : \frac{5\pi}{6}$ $\quad D : -\frac{\pi}{18}$ $\quad E : \frac{2\pi}{3}$ $\quad F : -\frac{6\pi}{10}$ $\quad G : \frac{\pi}{6}$ $\quad H : \frac{9\pi}{10}$.

2 $\frac{2\pi}{3}, \frac{35\pi}{36}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{4}, \frac{7\pi}{6}, \frac{\pi}{6}, \frac{14\pi}{10}, \frac{9\pi}{10}$.

Exercice 10 :

1 On sait que : $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Ainsi,
$\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

2 On sait que : $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Ainsi,
$\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

3 On déduit alors que,
$\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = -\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Exercice 11 :

Parmi les expressions suivantes, lesquelles sont nulles quel que soit x réel ?

1 $\cos(x+\pi) - \cos(-x) = -2\cos x$.

2 $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(\pi - x) = 0$.

3 $\sin(2\pi - x) + \sin(\pi + x) = -2\sin x$.

4 $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin(4\pi + x) = 2\sin x$.

Exercice 12 :

1 $\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$

$\boxed{2}$ $\sin\left(\dfrac{\pi}{10}\right)=\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{2\pi}{5}\right)=\cos\left(\dfrac{2\pi}{5}\right)=\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$.

Exercice 13 :

L'équation $\cos(\alpha)=\dfrac{1}{2}$, admet deux solutions sur $]-\pi\,;\,\pi]$: $\alpha_1=\dfrac{\pi}{4}$ et $\alpha_2=-\dfrac{\pi}{4}$.

Exercice 14 :

Sur $[0\,;\,2\pi[$, l'inéquation $\cos(\alpha)\leqslant\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, admet pour ensemble de solutions $\left[\dfrac{\pi}{4}\,;\,\dfrac{7\pi}{4}\right]$.

Exercice 15 :

L'équation $\sin(\alpha)=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, admet deux solutions sur $[0\,;\,2\pi[$: $\alpha_1=\dfrac{4\pi}{3}$ et $\alpha_2=\dfrac{5\pi}{3}$.

Exercice 16 :

Sur $]-\pi\,;\,\pi]$, l'inéquation $\sin(\alpha)<\dfrac{1}{2}$ admet pour ensemble de solutions $\left]-\pi\,;\,\dfrac{\pi}{6}\right[\cup\left]\dfrac{5\pi}{6}\,;\,\pi\right]$.

Exercice 17 :

Sur $]-\pi\,;\,\pi]$,

— l'inéquation $\cos(x)\leqslant\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ admet pour ensemble de solutions : $S_1=\left]-\pi\,;\,-\dfrac{\pi}{6}\right]\cup\left[\dfrac{\pi}{6}\,;\,\pi\right]$;

— et, l'inéquation $\sin(x)\leqslant\dfrac{1}{2}$ admet pour ensemble de solutions : $S_2=\left]-\pi\,;\,\dfrac{\pi}{6}\right]\cup\left[\dfrac{5\pi}{6}\,;\,\pi\right]$.

Ainsi, sur $]-\pi\,;\,\pi]$, le système d'inéquations, $\begin{cases}\cos(x)\leqslant\dfrac{\sqrt{3}}{2}\\ \sin(x)\leqslant\dfrac{1}{2}\end{cases}$ admet pour ensemble de solutions : $S=S_1\cap S_2=\left[-\pi\,;\,-\dfrac{\pi}{6}\right]\cup\left[\dfrac{5\pi}{6}\,;\,\pi\right]$.

Exercice 18 :

Sur $]-\pi\,;\,\pi]$,

— l'inéquation $\cos(x)\leqslant-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ admet pour ensemble de solutions : $S_1=\left]-\pi\,;\,-\dfrac{3\pi}{4}\right]\cup\left[\dfrac{3\pi}{4}\,;\,\pi\right]$;

— et, l'inéquation $\sin(x)\leqslant-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ admet pour ensemble de solutions : $S_2=\left]-\dfrac{2\pi}{3}\,;\,-\dfrac{\pi}{3}\right]$.

Ainsi, sur $]-\pi\,;\,\pi]$, le système d'inéquations, $\begin{cases}\cos(x)\leqslant-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\\ \sin(x)\leqslant-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}$ admet pour ensemble de solutions : $S=S_1\cap S_2=\emptyset$.

Exercice 19 :

Sur $[0\ ;\ 2\pi[$,

— l'inéquation $\cos(x) \geqslant 0$ admet pour ensemble de solutions : $S_1 = \left[-\frac{\pi}{2}\ ;\ \frac{\pi}{2}\right]$;

— et, l'inéquation $\sin(x) \geqslant -\frac{\sqrt{3}}{2}$ admet pour ensemble de solutions : $S_2 = \left]-\pi\ ;\ -\frac{2\pi}{3}\right] \cup \left[-\frac{\pi}{3}\ ;\ \pi\right]$.

Ainsi, sur $[0\ ;\ 2\pi[$, le système d'inéquations, $\begin{cases} \cos(x) \geqslant 0 \\ \sin(x) \geqslant -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$ admet pour ensemble de solutions : $S = S_1 \cap S_2 = \left[-\frac{\pi}{3}\ ;\ \frac{\pi}{2}\right]$.

Exercice 20 :

ur $[0\ ;\ 2\pi[$,

— l'inéquation $\cos(x) \leqslant -\frac{\sqrt{3}}{2}$ admet pour ensemble de solutions : $S_1 = \left]-\pi\ ;\ -\frac{5\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{5\pi}{6}\ ;\ \pi\right]$;

— et, l'inéquation $\sin(x) \geqslant 0$ admet pour ensemble de solutions : $S_2 = [0\ ;\ \pi]$.

Ainsi, sur $[0\ ;\ 2\pi[$, le système d'inéquations, $\begin{cases} \cos(x) \leqslant -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin(x) \geqslant 0 \end{cases}$ admet pour ensemble de solutions : $S = S_1 \cap S_2 = \left[\frac{5\pi}{6}\ ;\ \pi\right]$.