

Exercice 1 :

- 1 Montrer que la fonction racine carrée est strictement croissante sur $[0 ; +\infty[$.
- 2 Dans chaque cas, comparer les deux nombres proposés sans les calculer.
 - (a) $\sqrt{3,79}$ et $\sqrt{3,8}$.
 - (b) $\sqrt{\pi+1}$ et 2.
- 3 Résoudre l'équation $\sqrt{x-1} = 2$.
- 4 Résoudre l'inéquation $\sqrt{x} > 10^{-3}$.

Exercice 2 :

- 1 Montrer que pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0 ; 1]$: $x^2 \leq x \leq \sqrt{x}$.
- 2 Montrer que pour tout nombre réel x de l'intervalle $[1 ; +\infty[$: $\sqrt{x} \leq x \leq x^2$.

Exercice 3 :

- 1 Montrer que la fonction valeur absolue est strictement décroissante sur $]-\infty ; 0]$ et strictement croissante sur $[0 ; +\infty[$.
- 2 Écrire sans valeur absolue : $f(x) = |x-3| + |-2x+1|$.
- 3 Représenter f .

Exercice 4 :

- 1 Montrer que si u est une fonction monotone sur un intervalle I telle que, pour tout $x \in I$, $u(x) \geq 0$, alors la fonction \sqrt{u} a le même sens de variation que u sur I .
- 2 Soit f la fonction telle que : $f(x) = \sqrt{x^2 + 3x - 4}$.
 - (a) Vérifier que f est définie sur $]-\infty ; -4] \cup [1 ; +\infty[$.
 - (b) Étudier le sens de variation de f sur chaque intervalle de son ensemble de définition.

Exercice 5 :

- 1 Montrer que si u est une fonction monotone sur un intervalle I telle que, pour tout $x \in I$, $u(x) \neq 0$ et $u(x)$ garde le même signe sur I , alors la fonction $\frac{1}{u}$ a un sens de variation contraire à celui de u sur I .
- 2 Dresser le tableau de variations de la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{5\}$ par : $f(x) = \frac{1}{-2x+10}$.

Exercice 6 :

Soit a et b deux réels positifs.

- 1 On pose $X = a^2 + b^2$ et $Y = (a+b)^2$. Comparer les réels X et Y en étudiant le signe de leur différence.

2 En utilisant le sens de variation de la fonction racine carrée, démontrer que $\sqrt{a^2 + b^2} \leq a + b$.

Exercice 7 :

- 1 On pose $x = \sqrt{2} - 1$.
Sans utiliser de calculatrice, comparer x , \sqrt{x} et x^2 .
- 2 On pose $y = \sqrt{5} - 1$.
Sans utiliser de calculatrice, comparer y , \sqrt{y} et y^2 .

Exercice 8 :

Soit a un réel tel que $1 \leq a \leq 2$.

- 1 Comparer $a - 1$, $\sqrt{a - 1}$ et $(a - 1)^2$.
- 2 Comparer $2a - 1$, $\sqrt{2a - 1}$ et $(2a - 1)^2$.

Exercice 9 :

Soit f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = |x - 1| + 2|x + 2|$.

- 1 Exprimer $f(x)$ sans valeur absolue, selon les valeurs de x .
- 2 Représenter graphiquement la fonction f .

Exercice 10 :

Soit f la fonction telle que $f(x) = \sqrt{2x - 18}$.

- 1 Vérifier que f est définie sur $[9; +\infty[$.
- 2 Étudier le sens de variation de f sur $[9; +\infty[$.

Exercice 11 :

- 1 Étudier les variations de la fonction u définie sur \mathbb{R} par $u(x) = -2x^2 + 2x$.
- 2 En déduire le sens de variation de la fonction $\frac{1}{u}$ sur $]0; 1[$.

Exercice 12 :

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = |x - 2| + |x + 1|$.

- 1 Compléter le tableau suivant avec sur les différents intervalles, des expressions n'utilisant pas de valeurs absolues.

| x | $-\infty$ | -1 | 2 | $+\infty$ |
|-----------|-----------|------|-----|-----------|
| $ x - 2 $ | | | | |
| $ x + 1 $ | | | | |
| $f(x)$ | | | | |

- 2 Dresser le tableau de variations de la fonction f .

- 3 Tracer la courbe C_f représentative de f dans un repère.
 - 4 Résoudre par le calcul l'équation $f(x) = 5$. Vérifier à l'aide du graphique.
 - 5 Résoudre par le calcul l'inéquation $f(x) < 4$. Vérifier à l'aide du graphique.
-