1re Spé | **Devoir Surveillé $n°$ 4** | Lycée
maths-mde.fr | **...../20** - 2 heures | Evariste Galois

Exercice 1 : (3 points)

Soit la fonction trinôme f suivante : $f(x) = 2x^2 + 12x + 53$.

1 Déterminer la forme canonique de $f(x)$.

2 En déduire les variations de f et dresser le tableau de variation de f.

3 D'après le tableau de variation de f, la parabole représentant f coupe-t-elle l'axe des abscisses ? Pourquoi ?

Exercice 2 : (3 points)

1 Résoudre l'équation suivante avec un changement de variable approprié : $2x + 5\sqrt{x} - 3 = 0$.

2 Résoudre l'inéquation suivante : $\dfrac{1-2x}{x^2 - 5x + 4} \geqslant 0$.

Exercice 3 : (4 points)

1 **a** Monter que pour tout nombre réel x de l'intervalle $[1\ ;\ +\infty[$: $\sqrt{x} \leq x \leq x^2$.

b Soit a un réel tel que $1 \leq a \leq 2$. Comparer $3a - 1$, $\sqrt{3a-1}$ et $(3a-1)^2$.

2 Soit f la fonction telle que : $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x - 4}$.

a Donner le domaine de définition de f.

b Étudier le sens de variation de f sur chaque intervalle de son ensemble de définition

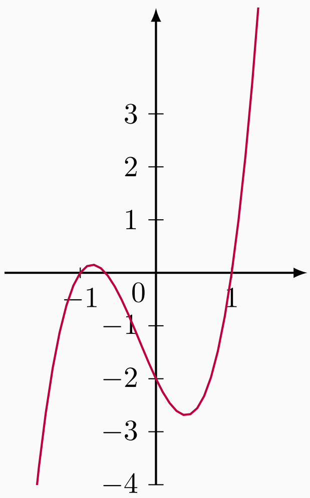
Exercice 4 : (3 points)

On considère la fonction f définie par : $f(x) = 3x^3 + 2x^2 - 3x - 2$.

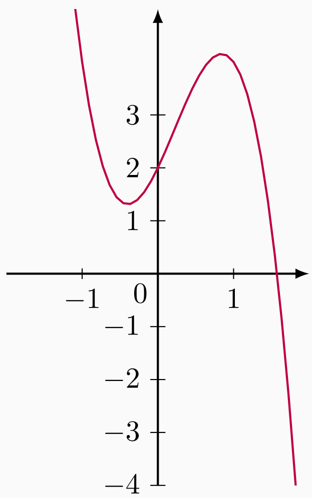
1 Montrer que 1 est une racine de f.

2 En déduire une factorisation de $f(x)$ sous la forme $f(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$.

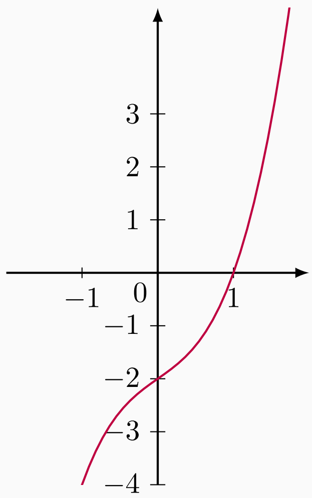
3 En déduire la courbe représentative de f parmi les trois proposées ci-dessous.



a



b



c

Exercice 5 : (3 points)

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = |x-1| + 3|x+1|$.

1 Exprimer $f(x)$ sans valeur absolue, selon les valeurs de x.

2 Représenter graphiquement la fonction f.

3 Résoudre l'inéquation $f(x) > 2$.

Exercice 6 : (4 points)

On considère les droites (d_1), (d_2) et (d_3) d'équation respective :
- (d_1) : $2x + y + 4 = 0$;
- (d_2) : $-x + 2y - 5 = 0$;
- (d_3) : $3x - y + 9 = 0$.

1 **a** Démontrer que (d_1) et (d_2) sont sécantes.

b Déterminer les coordonnées de A, point d'intersection de (d_1) et (d_2).

2 Montrer que (d_1), (d_2) et (d_3) sont concourantes.

Exercice 7 : (2 points - bonus)

Soit a un réel donné. Pour chacune des fonctions suivantes, calculer le taux d'accroissement en a, puis déterminer si f est dérivable en a. Lorsque c'est le cas, donner $f'(a)$.

1 $f(x) = mx + p$, $m \in \mathbb{R}$, $p \in \mathbb{R}$, a réel quelconque.

2 $f(x) = 2\sqrt{x} - 1$, $a = 4$.