| | | |
|---|---|---|
| Lycée Évariste Galois | **AP - Corrigé** | 1re Spé |
| 2024/2025 | **Équation & Inéquation** | maths-mde.fr |

## Exercice 1

1. $(x+1)(3x-2)=0 \Leftrightarrow x+1=0$ ou $3x-2=0 \Leftrightarrow x=-1$ ou $3x=2 \Leftrightarrow x=-1$ ou $x=\dfrac{2}{3}$. Ainsi, $S=\left\{-1\,;\,\dfrac{2}{3}\right\}$.
2. $2(1-x)(2x-5)=0 \Leftrightarrow 1-x=0$ ou $2x-5=0$
   $x=1$ ou $2x=5 \Leftrightarrow x=1$ ou $x=\dfrac{5}{2}$. Ainsi, $S=\left\{1\,;\,\dfrac{5}{2}\right\}$.
3. $(4x-2)(7x+1)(12x-6)=0 \Leftrightarrow 4x-2=0$ ou $7x+1=0$ ou $12x-6=0 \Leftrightarrow 4x=2$ ou $7x=-1$ ou $12x=6$
   $\Leftrightarrow x=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$ ou $x=-\dfrac{1}{7}$ ou $x=\dfrac{6}{12}=\dfrac{1}{2}$. Ainsi, $S=\left\{\dfrac{1}{2}\,;\,-\dfrac{1}{7}\right\}$
4. $x^2(x-3)=0 \Leftrightarrow x^2=0$ ou $x-3=0 \Leftrightarrow x=0$ ou $x=3$. Ainsi, $S=\{0\,;\,3\}$.
5. $3x^2-4x=0 \Leftrightarrow x(3x-4)=0 \Leftrightarrow x=0$ ou $3x=4 \Leftrightarrow x=0$ ou $x=\dfrac{4}{3}$. Ainsi, $S=\left\{0\,;\,\dfrac{4}{3}\right\}$.

f) $(2x-1)^2-(2x-1)(x+3)=0 \Leftrightarrow (2x-1)[(2x-1)-(x+3)]=0$
$\Leftrightarrow (2x-1)[x-4]=0 \Leftrightarrow 2x-1=0$ ou $x-4=0 \Leftrightarrow 2x=1$ ou $x=4 \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$ ou $x=4$. Ainsi, $S=\left\{\dfrac{1}{2}\,;\,4\right\}$.

6. $(x+1)^2-2(x+1)=0 \Leftrightarrow (x+1)[(x+1)-2]=0 \Leftrightarrow (x+1)[x-1]=0 \Leftrightarrow x+1=0$ ou $x-1=0 \Leftrightarrow x=-1$ ou $x=1$. Ainsi, $S=\{-1\,;\,1\}$.
7. $(2x-1)(x+1)=5x+5 \Leftrightarrow (2x-1)(x+1)-(5x+5)=0$
   $\Leftrightarrow (2x-1)(x+1)-5(x+1)=0 \Leftrightarrow (2x-1)[2x-1-5]=0$
   $\Leftrightarrow (2x-1)[2x-6]=0 \Leftrightarrow 2x-1=0$ ou $2x-6=0 \Leftrightarrow 2x=1$ ou $2x=6 \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$ ou $x=\dfrac{6}{2}=3$. Ainsi, $S=\left\{\dfrac{1}{2}\,;\,3\right\}$.
8. $(3x+1)^2-(x+1)^2=0 \Leftrightarrow [(3x+1)-(x+1)][(3x+1)+(x+1)]=0$
   $\Leftrightarrow [3x+1-x-1][4x+2]=0 \Leftrightarrow [2x][4x+2]=0$.
   $\Leftrightarrow 2x=0$ ou $4x+2=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{0}{2}=0$ ou $4x=-2 \Leftrightarrow x=0$ ou $x=-\dfrac{2}{4}=-\dfrac{1}{2}$. Ainsi, $S=\left\{0\,;\,-\dfrac{1}{2}\right\}$.
9. $(x-1)^2=(2x+1)^2 \Leftrightarrow (x-1)^2-(2x+1)^2=0$
   $\Leftrightarrow [(x-1)-(2x+1)][(x-1)+(2x+1)]=0 \Leftrightarrow [x-1-2x-1][3x]=0 \Leftrightarrow [-x-2][3x]=0 \Leftrightarrow -x-2=0$ ou $3x=0 \Leftrightarrow x=-2$ ou $x=0$. Ainsi, $S=\{-2\,;\,0\}$.
10. $\left(4x^2-9\right)-2(2x-3)+x(2x-3)=0$
    $\Leftrightarrow (2x-3)(2x+3)-2(2x-3)+x(2x-3)=0 \Leftrightarrow (2x-3)[(2x+3)-2+x]=0 \Leftrightarrow (2x-3)[3x+1]=0 \Leftrightarrow 2x-3=0$ ou $3x+1=0 \Leftrightarrow 2x=3$ ou $3x=-1 \Leftrightarrow x=\dfrac{3}{2}$ ou $x=-\dfrac{1}{3}$. Ainsi, $S=\left\{\dfrac{3}{2}\,;\,-\dfrac{1}{3}\right\}$.

## Exercice 2

1. $\dfrac{1}{x}=2$. Valeur interdite : il faut $x\neq 0$.
   Sous cette condition, $\dfrac{1}{x}=2 \Leftrightarrow 1=2x \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$. Ainsi, $S=\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$
2. $\dfrac{2}{x+1}=3$. Valeur interdite : il faut $x+1\neq 0 \Leftrightarrow x\neq -1$.
   Sous cette condition, $\dfrac{2}{x+1}=3 \Leftrightarrow 2=3(x+1) \Leftrightarrow 2=3x+3 \Leftrightarrow -1=3x$
   $\Leftrightarrow x=-\dfrac{1}{3}$. Ainsi, $S=\left\{-\dfrac{1}{3}\right\}$.
3. $\dfrac{2x+1}{3x-2}=0$. Valeur interdite : il faut $3x-2\neq 0 \Leftrightarrow x\neq \dfrac{2}{3}$.
   Sous cette condition, $\dfrac{2x+1}{3x-2}=\Leftrightarrow 2x+1=0 \Leftrightarrow 2x=-1 \Leftrightarrow x=-\dfrac{1}{2}$. Ainsi, $S=\left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$
4. $\dfrac{7x+1}{2x-3}=2$. Valeur interdite : il faut $2x-3\neq 0 \Leftrightarrow x\neq \dfrac{3}{2}$.

Sous cette condition, $\dfrac{7x+1}{2x-3}=2 \Leftrightarrow 7x+1=2(2x-3) \Leftrightarrow 7x+1=4x-6$
$\Leftrightarrow 7x-4x=-6-1 \Leftrightarrow 3x=-7 \Leftrightarrow x=-\dfrac{7}{3}$. Ainsi, $S=\left\{-\dfrac{7}{3}\right\}$.

5. $\dfrac{x^2-2x}{2+x}=0$. Valeur interdite : il faut $2+x\neq 0 \Leftrightarrow x\neq -2$.
Sous cette condition, $\dfrac{x^2-2x}{2+x}=0 \Leftrightarrow x^2-2x=0$
$\Leftrightarrow x(x-2)=0 \Leftrightarrow x=0$ ou $x-2=0 \Leftrightarrow x=0$ ou $x=2$. $S=\{0\,;2\}$

6. $\dfrac{x^2-9}{3x}=0$. Valeur interdite : il faut $3x\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 0$.
Sous cette condition, $\dfrac{x^2-9}{3x}=0 \Leftrightarrow x^2-3^2=0 \Leftrightarrow (x-3)(x+3)=0$
$\Leftrightarrow x-3=0$ ou $x+3=0 \Leftrightarrow x=3$ ou $x=-3$. Ainsi, $S=\{3\,;-3\}$.

7. $\dfrac{9}{x+1}=5-x$. Valeur interdite : il faut $x+1\neq 0 \Leftrightarrow x\neq -1$.
Sous cette condition, $\dfrac{9}{x+1}=5-x \Leftrightarrow 9=(5-x)(x+1)$
$\Leftrightarrow 9-(5-x)(x+1)=0 \Leftrightarrow 9-5x-5+x^2+x=0 \Leftrightarrow x^2-4x+4=0$
$\Leftrightarrow (x-2)^2=0 \Leftrightarrow x-2=0 \Leftrightarrow x=2$. Ainsi, $S=\{2\}$.

8. $\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{2}{x-1}=0$.
Valeurs interdites : il faut $x+1\neq 0$ et $x-1\neq 0 \Leftrightarrow x\neq -1$ et $x\neq 1$.
Dans ces conditions, $\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{2}{x-1}=0 \Leftrightarrow \dfrac{1}{x+1}=\dfrac{2}{x-1}=0$
$\Leftrightarrow 1\times(x-1)=2\times(x+1) \Leftrightarrow x-1=2x+2 \Leftrightarrow -1-2=2x-x \Leftrightarrow x=-3$. $S=\{-3\}$.

9. $2x-7=\dfrac{4}{2x-7}$. Valeur interdite : il faut $2x-7\neq 0 \Leftrightarrow x\neq \dfrac{7}{2}$.
Dans ces conditions, $2x-7=\dfrac{4}{2x-7} \Leftrightarrow (2x-7)^2=4 \Leftrightarrow (2x-7)^2-2^2=0$
$\Leftrightarrow [(2x-7)-2]\,[(2x-7)+2]=0 \Leftrightarrow [2x-9]\,[2x-5]=0$
$\Leftrightarrow 2x-9=0$ ou $2x-5=0 \Leftrightarrow 2x=9$ ou $2x=5$
$\Leftrightarrow x=\dfrac{9}{2}$ ou $x=\dfrac{5}{2}$. $S=\left\{\dfrac{9}{2}\,;\dfrac{5}{2}\right\}$.

10. $\dfrac{x^2+4x-3}{x^2-1}=1$.
Valeurs interdites : il faut $x^2-1\neq 0 \Leftrightarrow x^2\neq 1 \Leftrightarrow x\neq 1$ et $x\neq -1$.
Dans ces conditions, $\dfrac{x^2+4x-3}{x^2-1}=1 \Leftrightarrow x^2+4x-3=x^2-1 \Leftrightarrow 4x=-1+3$
$\Leftrightarrow 4x=2 \Leftrightarrow x=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$. Ainsi, $S=\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$

11. $\dfrac{9x^2-25}{(x+2)\,(3x+5)}=0$.
Valeurs interdites : il faut $x+2\neq 0$ et $3x+5\neq 0 \Leftrightarrow x\neq -2$ et $x\neq -\dfrac{5}{3}$.
Dans ces conditions, $\dfrac{9x^2-25}{(x+2)\,(3x+5)}=0 \Leftrightarrow 9x^2-25=0 \Leftrightarrow (3x)^2-5^2=0$
$(3x-5)(3x+5)=0 \Leftrightarrow 3x-5=0$ ou $3x+5=0 \Leftrightarrow 3x=5$ ou $3x=-5$
$\Leftrightarrow x=\dfrac{5}{3}$ ou $x=-\dfrac{5}{3}$
$-\dfrac{5}{3}$ étant une valeur interdite, on a $S=\left\{\dfrac{5}{3}\right\}$.

## Exercice 3

1. Signe de $(x-4)\,(x-3)$.

| $x$ | $-\infty$ | | $3$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x-4$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $x-3$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $(x-4)(x-3)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

2. Signe de $(1-2x)(x+2)$.

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $\frac{1}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $1-2x$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $x+2$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $(1-2x)(x+2)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

3. Signe de $5x(3x-2)(x+5)$.

| $x$ | $-\infty$ | | $-5$ | | $0$ | | $\frac{2}{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $5x$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $3x-2$ | | $-$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $x+5$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | | $+$ | |
| $5x(3x-2)(x+5)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

4. Signe de $x^2-9$.

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x+3$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $x-3$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $x^2-9$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

5. Signe de $\left(1-x^2\right)(x-4)=(1-x)(1+x)(x-4)$.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $1-x$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | |
| $1+x$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | | $+$ | |
| $x-4$ | | $-$ | $0$ | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $\left(1-x^2\right)(x-4)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

6. Signe de $\dfrac{3-x}{2+x}$.

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $3-x$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $x+2$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $\dfrac{3-x}{2+x}$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

7. Signe de $\dfrac{4-2x}{x+3}$.

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $4-2x$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $x+3$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $\dfrac{4-2x}{x+3}$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

8. Signe de $\dfrac{x(x+1)}{3x-2}$.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $\frac{2}{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $3x-2$ | | $-$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $x+1$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | | $+$ | |
| $\dfrac{x(x+1)}{3x-2}$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $\parallel$ | $+$ | |

## Exercice 4

1. $S = ]-\infty;0] \cup [1;+\infty[$ est l'ensemble des solutions de l'inéquation $x(x-1) \geqslant 0$. En effet,

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $x-1$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $x(x-1)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

2. $S = \left]-\infty;\frac{1}{7}\right[ \cup \left]\frac{3}{2};+\infty\right[$ est l'ensemble des solutions de l'inéquation $(2x-3)(1-7x) < 0$. En effet,

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{1}{7}$ | | $\frac{3}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $1-7x$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | |
| $2x-3$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $(2x-3)(1-7x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

3. $S = ]-4;4[$ est l'ensemble des solutions de l'inéquation $(x-4)(x+4) < 0$. En effet,

| $x$ | $-\infty$ | | $-4$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x+4$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $x-4$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $x^2-16$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

4. $S = \left]-\frac{3}{2};-1\right[ \cup \left]\frac{3}{2};+\infty\right[$ est l'ensemble des solutions de l'inéquation $\left(4x^2-9\right)(x+1) < 0$. En effet,

| $x$ | $-\infty$ | | $-\frac{3}{2}$ | | $-1$ | | $\frac{3}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2x+3$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | | $+$ | |
| $2x-3$ | | $-$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $x+1$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $\left(4x^2-9\right)(x+1)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

5. $S = ]-4;3[$ est l'ensemble des solutions de l'inéquation $\dfrac{3-x}{x+4} > 0$. En effet,

| $x$ | $-\infty$ | | $-4$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $3-x$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $x+4$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $\dfrac{3-x}{x+4}$ | | $-$ | $\parallel$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

6. $S = ]-\infty;1] \cup \left[\frac{5}{2};+\infty\right[$ est l'ensemble des solutions de l'inéquation $\dfrac{5-2x}{1-x} \geqslant 0$. En effet,

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $\frac{5}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $5-2x$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $1-x$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | |
| $\dfrac{5-2x}{1-x}$ | | $+$ | $\parallel$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

7. $S = [-1;0] \cup \left]\frac{3}{2};+\infty\right[$ est l'ensemble des solutions de l'inéquation $\dfrac{x(x+1)}{3-2x} \leqslant 0$. En effet,

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $\frac{3}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $x+1$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | | $+$ | |
| $3-2x$ | | $+$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $\dfrac{x(x+1)}{3-2x}$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $\parallel$ | $-$ | |

8. $S=]-\infty;-3[\cup]1;3[$ est l'ensemble des solutions de l'inéquation $\dfrac{x^2-9}{1-x}>0$. En effet,

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x-3$ | | $-$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $x+3$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | | $+$ | |
| $1-x$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | |
| $\frac{x^2-9}{1-x}$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $\Vert$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

9. $\dfrac{2x+1}{x+2}\leqslant 1 \Leftrightarrow \dfrac{2x+1}{x+2}-1\leqslant 0 \Leftrightarrow \dfrac{2x+1}{x+2}-\dfrac{(x+2)}{x+2}\leqslant 0$
$\Leftrightarrow \dfrac{2x+1-x-2}{x+2}\leqslant 0 \Leftrightarrow \dfrac{x-1}{x+2}\leqslant 0$

$S=[-2;3]$ est l'ensemble des solutions de l'inéquation $\dfrac{2x+1}{x+2}\leqslant 1$. En effet,

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x-1$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $x+2$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $\dfrac{x-1}{x+2}$ | | $+$ | $\Vert$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

10. $\dfrac{1-3x}{1-x}\geqslant 2 \Leftrightarrow \dfrac{1-3x}{1-x}-2\geqslant 0 \Leftrightarrow \dfrac{1-3x}{1-x}-2\times\dfrac{1-x}{1-x}\geqslant 0$
$\Leftrightarrow \dfrac{1-3x-2(1-x)}{1-x}\geqslant 0 \Leftrightarrow \dfrac{1-3x-2+2x)}{1-x}\geqslant 0 \Leftrightarrow \dfrac{-x-1}{1-x}\geqslant 0.$

$S=]-\infty;-1]\cup]1;+\infty[$ est l'ensemble des solutions de l'inéquation $\dfrac{1-3x}{1-x}\geqslant 2$. En effet,

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-x-1$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | |
| $1-x$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $\dfrac{-x-1}{1-x}$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $\Vert$ | $+$ | |

11. $\dfrac{x+5}{x-1}\leqslant\dfrac{x-3}{x+2} \Leftrightarrow \dfrac{x+5}{x-1}-\dfrac{x-3}{x+2}\leqslant 0$
$\Leftrightarrow \dfrac{(x+5)}{(x-1)}\times\dfrac{(x+2)}{(x+2)}-\dfrac{(x-3)}{(x+2)}\times\dfrac{(x-1)}{(x-1)}\leqslant 0$
$\Leftrightarrow \dfrac{x^2+5x+2x+10-x^2+x+3x-3}{(x-1)(x+2)}\leqslant 0$
$\Leftrightarrow \dfrac{11x+7}{(x-1)(x+2)}\leqslant 0.$

$S=]-\infty;-2]\cup\left[-\dfrac{-7}{11};1\right[$ est l'ensemble des solutions de l'inéquation $\dfrac{x+5}{x-1}\leqslant\dfrac{x-3}{x+2}$. En effet,

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $-\frac{7}{11}$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $11x+7$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $x-1$ | | $-$ | $0$ | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $x+2$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | | $+$ | |
| $\dfrac{11x+7}{(x-1)(x+2)}$ | | $-$ | $\Vert$ | $+$ | $0$ | $-$ | $\Vert$ | $+$ | |

12. $\dfrac{x+3}{x^2-1}\geqslant\dfrac{3}{x-1} \Leftrightarrow \dfrac{x+3}{(x-1)(x+1)}-\dfrac{3}{x-1}\geqslant 0$
$\Leftrightarrow \dfrac{x+3}{(x-1)(x+1)}-\dfrac{3}{(x-1)}\times\dfrac{(x+1)}{(x+1)}\geqslant 0$
$\Leftrightarrow \dfrac{x+3-3x+3}{(x-1)(x+1)}\geqslant 0$
$\Leftrightarrow \dfrac{-2x}{(x-1)(x+1)}\geqslant 0.$

$S = \left]-\infty;-1\right] \cup [0;1]$ est l'ensemble des solutions de l'inéquation $\dfrac{x+3}{x^2-1} \geqslant \dfrac{3}{x-1}$. En effet,

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-2x$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | |
| $x-1$ | | $-$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $x+1$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | | $+$ | |
| $\dfrac{-2x}{(x-1)(x+1)}$ | | $+$ | $\Vert$ | $-$ | $0$ | $+$ | $\Vert$ | $-$ | |