Lycée Évariste Galois	**AP**	1re Spé
2024/2025	**Droites du plan - Corrigés**	maths-mde.fr

Exercice 1

Méthode 1 : $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite (d). Ainsi,
$3x+y+c=0$ est une équation cartésienne de cette droite, avec c un réel constant.
Or, $A(0\ ;\ 5)\in(d)$. Donc, $3\times0+5+c=0$, soit $c=-5$.
Conclusion : $3x+y-5=0$ est une équation cartésienne représentant la droite (d).

Méthode 2 : $M\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\in(d)\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AM},\vec{u})=0\Leftrightarrow\begin{vmatrix}x&-1\\y-5&3\end{vmatrix}=0\Leftrightarrow 3x-(y-5)\times(-1)=0\Leftrightarrow 3x+y-5=0.$
Conclusion : $3x+y-5=0$ est une équation cartésienne représentant la droite (d).

Exercice 2

a) $M\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\in(d)\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB})=0\Leftrightarrow\begin{vmatrix}x+1&8\\y+3&2\end{vmatrix}=0\Leftrightarrow 2(x+1)-8(y+3)=0\Leftrightarrow 2x-8y-22=0.$
Conclusion : $2x-8y-22=0$ est une équation cartésienne représentant la droite (d).

b) $M\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\in(d)\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB})=0\Leftrightarrow\begin{vmatrix}x+1&1\\y-\sqrt{2}&\sqrt{2}\end{vmatrix}=0\Leftrightarrow \sqrt{2}(x+1)-(y-\sqrt{2})=0\Leftrightarrow\sqrt{2}x-y+2\sqrt{2}=0.$
Conclusion : $\sqrt{2}x-y+2\sqrt{2}=0$ est une équation cartésienne représentant la droite (d).

Exercice 3

Dans le plan muni d'un repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$, on considère (d) la droite d'équation $-\sqrt{2}x+4y+1=0$ et (d') la droite d'équation $4x-8\sqrt{2}y+3=0$.

1. $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}=\vec{u}\begin{pmatrix}-4\\-\sqrt{2}\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (d).

   $\vec{u}'\begin{pmatrix}8\sqrt{2}\\4\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (d').

2. $\det(\vec{u},\vec{u}')=\begin{vmatrix}-4&8\sqrt{2}\\-\sqrt{2}&4\end{vmatrix}=-16+16=0$. Les deux vecteurs directeurs sont donc colinéaires, et par conséquent les droites (d) et (d') sont parallèles.

Exercice 4

Dans un plan muni d'un repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$, on considère le point $A\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$ et (d) la droite d'équation $3x+2y-1=0$.

$\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}=\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (d), et donc de (d'), puisque les deux droites sont parallèles. Dès lors,
$M\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\in(d')\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AM},\vec{u})=0\Leftrightarrow\begin{vmatrix}x+2&-2\\y-1&3\end{vmatrix}=0\Leftrightarrow 3(x+2)-(-2)\times(y-1)=0\Leftrightarrow 3x+2y+4=0.$
Conclusion : $3x+2y+4=0=0$ est une équation cartésienne représentant la droite (d').

Exercice 5

a) Notons $y=mx+p$, l'équation réduite de la droite passant par les deux points $A\begin{pmatrix}-1\\-3\end{pmatrix}$ et $B\begin{pmatrix}7\\-1\end{pmatrix}$.

Calculons le coefficient directeur m : $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{1}{4}$.

Calculons p : A étant un point de la droite, $y_A = \dfrac{1}{4}x_A + p \Leftrightarrow -3 = \dfrac{1}{4} \times (-1) + p \Leftrightarrow p = -\dfrac{11}{4}$.

Conclusion : $y = \frac{1}{4}x - \frac{11}{4}$ est l'équation réduite passant par A et B.

b) Notons $y = mx + p$, l'équation réduite de la droite passant par les deux points $A\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $B\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Calculons le coefficient directeur m : $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = -\dfrac{1}{5}$.

Calculons p : A étant un point de la droite, $y_A = -\dfrac{1}{5}x_A + p \Leftrightarrow 2 = -\dfrac{1}{5} \times 4 + p \Leftrightarrow p = \dfrac{14}{5}$.

Conclusion : $y = -\frac{1}{5}x + \frac{14}{5}$ est l'équation réduite passant par A et B.

c) Notons $y = mx + p$, l'équation réduite de la droite passant par les deux points $A\begin{pmatrix} -5 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $B\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -3 \end{pmatrix}$.

Calculons le coefficient directeur m : $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = -\dfrac{2}{11}$.

Calculons p : A étant un point de la droite, $y_A = -\dfrac{2}{11}x_A + p \Leftrightarrow -2 = -\dfrac{2}{11} \times (-5) + p \Leftrightarrow p = -\dfrac{32}{11}$.

Conclusion : $y = -\frac{2}{11}x - \frac{32}{11}$ est l'équation réduite passant par A et B.

d) Notons $y = mx + p$, l'équation réduite de la droite passant par les deux points $A\begin{pmatrix} -1 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$ et $B\begin{pmatrix} 0 \\ 2\sqrt{2} \end{pmatrix}$.

Calculons le coefficient directeur m : $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \sqrt{2}$.

Calculons p : A étant un point de la droite, $y_A = \sqrt{2}x_A + p \Leftrightarrow \sqrt{2} = \sqrt{2} \times 1 + p \Leftrightarrow p = 2\sqrt{2}$.

Conclusion : $y = \sqrt{2}x + 2\sqrt{2}$ est l'équation réduite passant par A et B.

e) Notons $y = mx + p$, l'équation réduite de la droite passant par les deux points $A\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{4} \end{pmatrix}$ et $B\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$.

Calculons le coefficient directeur m : $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{3}{2}$.

Calculons p : A étant un point de la droite, $y_A = \dfrac{3}{2}x_A + p \Leftrightarrow \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{2} \times 0 + p \Leftrightarrow p = \dfrac{1}{4}$.

Conclusion : $y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{4}$ est l'équation réduite passant par A et B.

f) Notons $y = mx + p$, l'équation réduite de la droite passant par les deux points $A\begin{pmatrix} \frac{5}{2} \\ -1 \end{pmatrix}$ et $B\begin{pmatrix} -2 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

Calculons le coefficient directeur m : $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = -\dfrac{1}{3}$.

Calculons p : A étant un point de la droite, $y_A = -\dfrac{1}{3}x_A + p \Leftrightarrow -1 = -\dfrac{1}{3} \times \dfrac{5}{2} + p \Leftrightarrow p = -\dfrac{1}{6}$.

Conclusion : $y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{6}$ est l'équation réduite passant par A et B.

Exercice 6

a) (d') : $y = -2x + p$. A étant un point de la droite (d'), $y_A = -2x_A + p \Leftrightarrow 0 = 6 + p \Leftrightarrow p = -6$.
Ainsi l'équation réduite est donnée par : $y = -2x - 6$.

b) (d') : $y = -\dfrac{3}{2}x + p$. A étant un point de la droite (d'), $y_A = -\dfrac{3}{2}x_A + p \Leftrightarrow 1 = 3 + p \Leftrightarrow p = -2$.

Ainsi l'équation réduite est donnée par : $y = -\frac{3}{2}x - 2$.

c) $(d') : y = y_A$.
Donc l'équation réduite est : $y = 2$.

d) $(d') : x = x_A$.
Donc l'équation est donnée par : $x = 7$.

Exercice 7

— (d_1) passant par $A\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ et de coefficient directeur égal à $-1 \Rightarrow (d_1) : y = -x + 4$.

— (d_2) passant par $B\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ et de coefficient directeur égal à $0 \Rightarrow (d_1) : y = 4$.

— (d_3) passant par $C\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ et de coefficient directeur égal à $3 \Rightarrow (d_1) : y = 3x + 1$.