Corrigés

Série d'exercices **Classe : 1re STMG** **Lycée : Evariste Galois**

Exercice n°1

On considère la suite définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par : $u_n = 0{,}5n^2 + 1$.

Calculons les termes u_0, u_1, u_2 et u_{100}.

$u_0 = 0{,}5 \times 0^2 + 1 = 1$.
$u_1 = 0{,}5 \times 1^2 + 1 = 1{,}5$.
$u_2 = 0{,}5 \times 2^2 + 1 = 3$.
$u_{100} = 0{,}5 \times 100^2 + 1 = 5\ 000 + 1 = 5\ 001$.

Exercice n°2

On considère la suite définie, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, par : $u_n = 1 + \dfrac{2}{n}$.
Calculons les termes u_3, u_4, u_5 et u_{100} sous forme de fraction irréductible.

$u_3 = 1 + \dfrac{2}{3} = \dfrac{3}{3} + \dfrac{2}{3} = \dfrac{5}{3}$.
$u_4 = 1 + \dfrac{2}{4} = \dfrac{4}{4} + \dfrac{2}{4} = \dfrac{6}{4} = \dfrac{3}{2}$.
$u_5 = 1 + \dfrac{2}{5} = \dfrac{5}{5} + \dfrac{2}{5} = \dfrac{7}{5}$.
$u_5 = 1 + \dfrac{2}{100} = \dfrac{100}{100} + \dfrac{2}{100} = \dfrac{102}{100} = \dfrac{51}{50}$.

Exercice n°3

On considère la suite (u_n) de terme initial $u_0 = -3$ définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par : $u_{n+1} = 2u_n - 5$.

Calculons les termes u_1, u_2, u_3 et u_4.

$u_1 = 2u_0 - 5 = 2 \times (-3) - 5 = -6 - 5 = -11$.
$u_2 = 2u_1 - 5 = 2 \times (-11) - 5 = -33 - 5 = -38$.
$u_3 = 2u_2 - 5 = 2 \times (-38) - 5 = -76 - 5 = -81$.
$u_4 = 2u_3 - 5 = 2 \times (-81) - 5 = -162 - 5 = -167$.

Exercice n°4

On considère la suite (u_n) de terme initial $u_0 = 2$ définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $u_{n+1} = n + u_n$.

Calculons les termes u_1, u_2, u_3 et u_4.

$u_1 = 0 + u_0 = 0 + 2 = 2$.
$u_2 = 1 + u_1 = 1 + 2 = 3$.
$u_3 = 2 + u_2 = 2 + 3 = 5$.
$u_4 = 3 + u_3 = 3 + 5 = 8$.

Exercice n°5

Chaque année, un magazine perd la moitié de ses abonnés mais en gagne 150 nouveaux.
En 2019, ce magazine compte 120 000 abonnés.

On note, pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_n le nombre d'abonnés en 2019+n.

1. $u_0 = 120\ 000$ le nombre d'abonnés initial enregistrés en 2019.
2. $u_1 = \dfrac{120\ 000}{2} + 150 = 60\ 000 + 150 = 60\ 150$.
   u_1 est le nombre d'abonnés en 2020.
3. $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{2} + 150$.
4. En utilisant la calculatrice en mode suite et en saisissant l'expression de la suite récurrente ci-après :

   ```
   nMin=0
   u(n)=u(n-1)/2+150
   u(0)=120000
   ```

   On obtient en 2024, autrement dit quand $n = 5$,

   $$u_5 = 4\ 040{,}6.$$

Exercice n°6

Une entreprise prévoit d'augmenter sa production chaque mois de 10 %. Elle produit jusqu'à maintenant 2 000 pièces par mois.
On désigne par u_n le nombre de pièces fabriquées dans n mois. Ainsi, par exemple, $u_0 = 2\,000$.

Le coefficient multiplicateur CM correspondant à une hausse de 10% est égal à 1,1. En effet, $CM = 1 + 10\% = 1 + 0{,}1 = 1{,}1$. Ainsi,

$u_1 = 1{,}1 \times 2000 = 2200$.
$u_2 = 1{,}1 \times u_1 = 1{,}1 \times 2200 = 2420$.
$u_3 = 1{,}1 \times u_2 = 1{,}1 \times 2420 = 2662$.
En utilisant la calculatrice en mode suite, on obtient : $u_{10} = 5187{,}5$.

Exercice n°7

En France, à la fin de l'année 2005, on compte 940 éoliennes. Depuis, chaque année, 500 éoliennes supplémentaires ont été installées. On note, pour tout entier naturel n, un le nombre d'éoliennes installées en France à la fin de l'année $2005 + n$. On a donc $u_0 = 940$.

1. $u_{n+1} = u_n + 500$. Autrement dit, $u_{n+1} - u_n = 500$. C'est donc une suite arithmétique de raison 500 et de terme initial $u_0 = 940$.
   Le terme général de cette suite est donné par l'expression : $u_n = 500n + 940$.
2. En utilisant la calculatrice, on obtient $u_{20} = 19\ 740$. Autrement dit, le nombre d'éoliennes estimé en France en 2025 s'élève à 19 740.

Exercice n°8

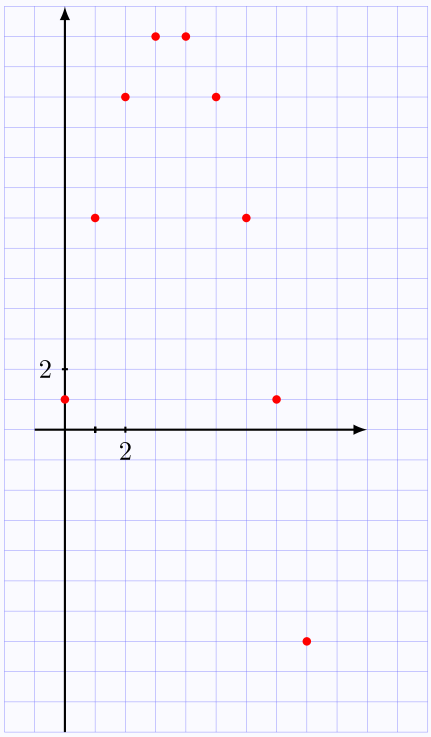
Le chiffre d'affaire d'une société augmente de 50 000 euros chaque année.
En 2010, le chiffre d'affaire était de 300 000 euros. On désigne par u_n le chiffre d'affaire de la société l'année $2010 + n$. Ainsi, on a en 2010, $u_0 = 300\,000$.

1. $u_1 = u_0 + 50\,000 = 300\,000 + 50\,000 = 350\,000$.
$u_2 = u_1 + 50\,000 = 350\,000 + 50\,000 = 400\,000$.
$u_3 = u_2 + 50\,000 = 400\,000 + 50\,000 = 450\,000$.
2. $u_{n+1} = u_n + 50\,000$.
3. Le chiffre d'affaire pour 2020 est égal à u_{10}.
Ainsi, $u_{10} = 50\,000 \times 10 + 300\,000 = 800\,000$.
4. Le pourcentage d'augmentation du chiffre d'affaire de 2010 à 2011 est égal à environ 17%. En effet, $\dfrac{350\,000 - 300\,000}{300\,000} \approx 0{,}17$.
Le pourcentage d'augmentation du chiffre d'affaire de 2011 à 2012 est égal à environ 14%. En effet,
$\dfrac{400\,000 - 350\,000}{350\,000} \approx 0{,}14$.
5. Le taux d'augmentation du chiffre d'affaire en 10 ans, entre 2010 et 2020, est égal à environ 167%. En effet,
$\dfrac{800\,000 - 300\,000}{300\,000} \approx 1{,}67$.
Le taux d'augmentation moyen annuel t est égal à environ 4,3%. En effet,
$t = (1{,}67)^{\frac{1}{12}} - 1 \approx 0{,}043$.

Exercice n°9

1. Représentation graphique : $u_n = -n^2 + 7n + 1$.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
u_n	1	7	11	13	13	11	7	1	-7

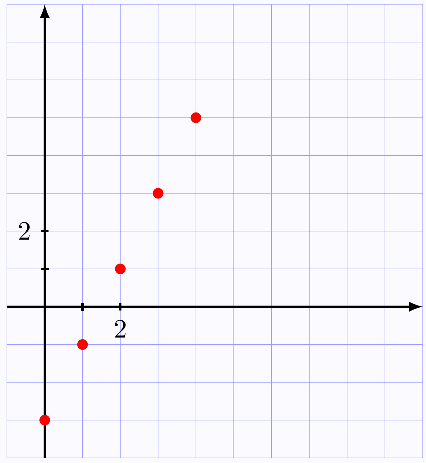


2. -29 est l'ordonnée du point d'abscisse 10. En effet, $u_{10} = -10^2 + 10 \times 7 + 1 = -29$.
3. Les coordonnées du point « le plus haut » qui se trouve en dessous de la droite d'équation y = -1000, sont $(36; -1043)$. En effet, $u_{35} = -979$ et $u_{37} = -1109$.

Exercice n°10

(u_n) est la suite arithmétique de terme initial $u_0 = -3$ et de raison $r = 2$. Ainsi, $u_n = 2n - 3$.
$u_1 = 2 \times 1 - 3 = 2 - 3 = -1$.
$u_2 = 2 \times 2 - 3 = 4 - 3 = 1$.
$u_3 = 2 \times 3 - 3 = 6 - 3 = 3$.
$u_4 = 2 \times 4 - 3 = 8 - 3 = 5$.

Ci-après la représentation graphique.



On remarque que les points sont alignés.

Exercice n°11

On considère la suite arithmétique (u_n) de raison $r = 5$ et de premier terme $u_0 = 3$.
L'expression du terme général est donné par :

$$u_n = 5n + 3.$$

Ainsi,
$u_3 = 5 \times 3 + 3 = 15 + 3 = 18$. et $u_{30} = 5 \times 30 + 3 = 153$.

Exercice n°12

On considère la suite arithmétique (u_n) de raison $r = 3$ et de premier terme $u_0 = 12$.
L'expression du terme général est donné par :

$$u_n = 3n + 12.$$

Ainsi,
$u_3 = 3 \times 3 + 12 = 9 + 12 = 21$ et $u_{20} = 3 \times 20 + 12 = 72$.

Exercice n°13

On utilise un tableur pour calculer les termes successifs d'une suite arithmétique de raison 12 et de premier terme 124.

Le terme général de cette suite est donné par :

$$u_n = 12n + 124.$$

Il faudra donc saisir dans la cellule B1 la formule : « =12*A1+124 ».

Exercice n°14

Soit la suite arithmétique (u_n) de premier terme $u_0 = -5$ et de raison $r = 2$.

Le terme général de cette suite est donné par :

$$u_n = 2n - 5.$$

Ainsi, $u_{2002} = 2 \times 2002 - 5 = 4004 - 5 = 3999$.

Exercice n°15

La suite arithmétique (u_n) de premiers termes $u_0 = 12$ et $u_1 = 13{,}5$, est de raison 1,5. En effet, $r = u_1 - u_0 = 1{,}5$.

Le terme général de cette suite est donc donné par :

$$u_n = 1{,}5n + 12.$$

Ainsi, $u_{26} = 1{,}5 \times 26 + 12 = 51$.

Exercice n°16

Soit la suite arithmétique (v_n) de premier terme $v_1 = 1200$ et de raison $r = 10$.
L'expression de u_n est donné par : $v_n = 10n + 1190$.
Ainsi, $v_{25} = 10 \times 25 + 1190 = 250 + 1190 = 1440$.

Exercice n°17

Soit la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 12200$ et de raison $r = -200$.
L'expression de u_n est donné par :

$$u_n = -200n + 12200.$$

Ainsi, $u_{30} = -200 \times 30 + 12200 = 6200$.

Exercice n°18

La population d'une ville était de 40 000 habitants en 2010. Elle diminue depuis de 800 habitants chaque année.
On note p_0 la population de la ville en 2010, et p_n la population n années plus tard, c'est-à-dire en $2010+n$.

(p_n) est une suite arithmétique, en effet, pour tout $n \geq 0$, $p_{n+1} - p_n = 800$.
La raison de (p_n) est -800 et le terme premier est $p_0 = 40000$.
Le terme général de cette suite est donné par :

$$p_n = -800n + 40000.$$

Ainsi,
$p_{10} = -800 \times 10 + 40000 = 32000$. Autrement le nombre d'habitants en 2020 s'élève à 32000.
Par ailleurs,
$p_{20} = -800 \times 20 + 40000 = 24000$. Autrement le nombre d'habitants en 2030 peut atteindre 24000.

Exercice n°19

On place 1000 euros à intérêts simples au taux annuel de 4%.

1. Le capital acquis à la fin de la première année, s'élève à 40 euros en effet,
   $1000 \times 4\% = 1000 \times 0{,}04 = 40$.
   Le placement étant à intérêt simple le capital augmentera chaque année de 40 euros. Ainsi le capital de la deuxième année s'élèvera à 1080.
2. On note c_n la capital acquis à la fin de la n-ième année. Ainsi,
   $$c_n = 40n + 1000.$$
   (c_n) est une suite arithmétique de raison 40 et de premier terme 1000.
3. Le capital acquis au bout de 10 ans, s'élève à 1400 euros. En effet,
   $$c_{10} = 40 \times 10 + 1000 = 400 + 1000 = 1400.$$

Exercice n°20

On utilise une feuille de papier, d'épaisseur $e = 0{,}5$ mm, que l'on replie successivement en deux.

1. L'épaisseur de la feuille après le premier pliage est égale à $0{,}5 \times 2 = 1$.
   L'épaisseur de la feuille après le deux pliage est égale à $0{,}5 \times 2 \times 2 = 2$.
2. On note e_n l'épaisseur après n pliages. (e_n) est une suite géométrique, en effet, $\dfrac{e_{n+1}}{e_n} = 2$.
   Cette suite géométrique est de raison 2 et de premier terme 0,5.
3. Le terme général de cette suite est donné par :
   $$u_n = 0{,}5 \times 2^n.$$
   On cherche la valeur de n pour laquelle $u_n = 300$ m, soit 300000 mm. Autrement dit, la valeur de n pour laquelle
   $0{,}5 \times 2^n = 300000$ et donc $2^n = 600000$.
   En utilisant la calculatrice, on constate qu'au bout du 20 ème pliage on dépasse la hauteur de la tour Eiffel.

Exercice n°21

Soit la suite géométrique (u_n) de premier terme $u_0 = 2$ et de raison $q = 1{,}2$.

1. $u_1 = 2 \times 1{,}2 = 2{,}4$.
   $u_2 = 2 \times u_1 = 1{,}2 \times 2{,}4 = 2{,}88$.
2. $u_n = 0{,}2 \times 1{,}2^n$.
3. $u_{30} = 0{,}2 \times 1{,}2^{30} = 474{,}75$.