Corrigés

Série d'exercices — Classe : 1re STMG — Lycée : Evariste Galois

Exercice n°1

On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes.

- A : la carte tirée est la dame de pique.
- B : la carte tirée est un pique.
- C : la carte tirée est noire ou rouge.
- D : la carte tirée est un roi ou un coeur.

$P(A) = \dfrac{1}{32}$.

$P(B) = \dfrac{8}{32} = \dfrac{1}{4}$.

$P(C) = \dfrac{32}{32} = 1$.

$P(D) = \dfrac{4+8-1}{32} = \dfrac{11}{32}$.

Exercice n°2

On tire au hasard une carte dans un jeu de 52 cartes.
On considère les événements suivants.

- A : la carte tirée est un as.
- B : la carte tirée est un coeur.

1. $\overline{A}$: la carte tirée n'est pas un as.
   $A \cap B$: la carte tirée est un as de coeur.
   $A \cup B$: la carte tirée est un as ou un coeur.
2. $P(A) = \dfrac{4}{52} = \dfrac{1}{13}$.
   $P(B) = \dfrac{13}{52} = \dfrac{1}{4}$.
   $P(A \cap B) = \dfrac{1}{52}$.
   $P(A \cup B) = \dfrac{4+13-1}{52} = \dfrac{16}{52} = \dfrac{4}{13}$.
   $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \dfrac{4}{52} = 1 - \dfrac{1}{13} = \dfrac{12}{13}$.

Exercice n°3

Soit A et B deux événements tels que :
$p(A) = 0{,}7 \quad p(B) = 0{,}5 \quad \text{et} \quad p(A \cap B) = 0{,}3$.

a) $p(\overline{A}) = 1 - p(A) = 1 - 0{,}7 = 0{,}3$.

b) $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$
$= 0{,}7 + 0{,}5 - 0{,}3$
$= 0{,}9$.

c) $p(\overline{A} \cap B) = p(B) - p(A \cap B)$
$= 0{,}5 - 0{,}3$
$= 0{,}2$.

Exercice n°4

Soit S et T deux événements tels que :
$p(\overline{S}) = 0{,}5 \quad p(T) = 0{,}6 \quad \text{et} \quad p(S \cup T) = 0{,}9$.

a) $p(S \cap T) = p(S) + p(T) - p(S \cup T)$
$= 1 - p(\overline{S}) + p(T) - p(S \cap T)$
$= 1 - 0{,}5 + 0{,}6 - 0{,}9 = 0{,}2$.

b) $p(\overline{S \cup T}) = 1 - p(S \cup T)$
$= 1 - 0{,}9$
$= 0{,}1$.

Exercice n°5

Soit A l'événement : « Robin des Bois atteint sa cible ».
Ainsi, $P(A) = 0{,}7$.
Et donc, $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0{,}7 = 0{,}3$.

Exercice n°6

Dire que les deux événements A et B sont incompatibles revient à dire que $p(A \cap B) = 0$.

On sait que : $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$.
Or, $p(\overline{A}) = 0{,}4$, $p(B) = 0{,}2$ et $p(A \cap B) = 0$.

Ainsi,
$p(A \cup B) = 1 - p(\overline{A}) + p(B) - 0 = 1 - 0{,}4 + 0{,}2 = 0{,}8$.

Exercice n°7

A et B sont deux événements tels que : $p(A) = 0{,}8$ et $p(B) = 0{,}53$.

1. Raisonnement par l'absurde.
   Supposons que A et B sont incompatibles. Ainsi, $p(A \cap B) = 0$.

   Or, $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$.
   Ainsi, $p(A \cup B) = 0{,}8 + 0{,}53 + 0 = 1{,}33$. Ce qui est absurde car une probabilité est toujours inférieure ou égale 1.
   Par conséquent, $p(A \cap B) \neq 0$. Autrement A et B ne sont pas incompatibles.
2. Si $p(A \cup B) = 0{,}95$, alors :
   a) $p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$
   $= 0{,}8 + 0{,}53 - 0{,}95$
   $= 1{,}33 - 0{,}95$
   $= 0{,}38$.
   b) $p(A \cap \overline{B}) = p(A) - p(A \cap B)$
   $= 0{,}8 - 0{,}38$
   $= 0{,}42$.

Exercice n°8

On considère deux événements V et F tels que :
$p(V) = 0{,}4 \quad p(F) = 0{,}3 \quad \text{et} \quad p(V \cup F) = 0{,}8$.

On sait que : $p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B) = 0{,}3 + 0{,}4 - 0{,}8 = -0{,}1$.

Sara a donc raison, ce n'est pas possible. En effet, une probabilité est toujours supérieure ou égale 0.

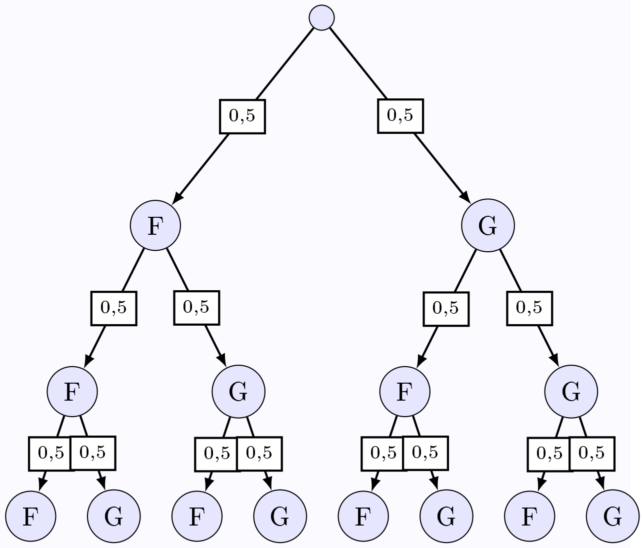
Exercice n°9

On considère deux événements V et F tels que : $p(V) = 0{,}6$ et $p(V \cup F) = 0{,}55$. Maria a raison. Ce n'est pas possible.
En effet, $V \subset V \cup F$ ce qui entraine que $p(V) < p(V \cup F)$. Or ce n'est pas le cas selon la consigne.

Exercice n°10

Un couple de futurs parents décide d'avoir trois enfants. On suppose qu'ils auront autant de chances d'avoir un garçon qu'une fille et qu'il n'y aura pas de jumeaux.

1. Voici l'arbre de probabilités, déterminant la liste de tous les résultats possibles.



2. On considère les événements suivants :
   - A : le couple aura 3 filles.
   - B : le couple aura 3 filles ou 3 garçons.
   - C : le couple aura au moins une fille.

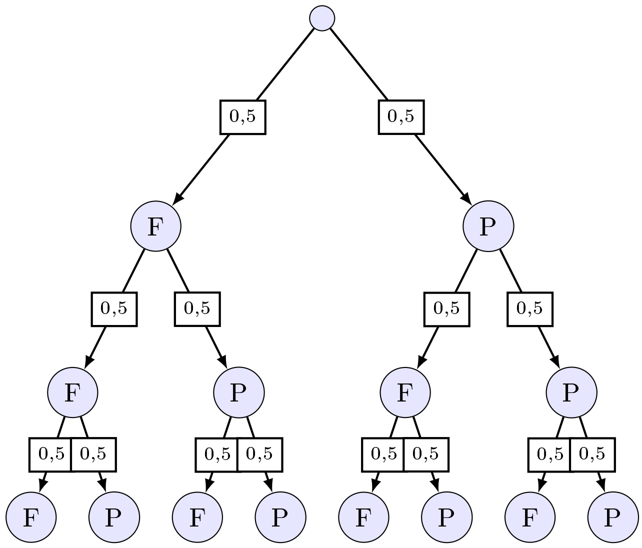
   Ainsi,
   $p(A) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$.
   $p(B) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.
   $p(C) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

Exercice n°11

On lance 3 fois de suite une pièce. On considère les événements suivants.

- A : obtenir exactement une fois pile.
- B : obtenir au moins une fois pile.
- C : obtenir au plus une fois pile.

Ainsi,
$p(A) = \frac{3}{8}$.
$p(B) = \frac{7}{8}$.
$p(C) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.



Exercice n°12

120 élèves de Terminale se répartissent de la façon suivante :

	Filles	Garçons
Pratiquent un sport	65	23
Ne pratiquent aucun sport	21	11

On choisit un élève au hasard parmi les 120. On considère les événements suivants.

- A : l'élève choisie est une fille pratiquant un sport.
- B : l'élève choisie est une fille.
- C : l'élève choisi est un garçon ne pratiquant aucun sport.

Ainsi,
$p(A) = \frac{65}{120} = \frac{13}{24}$.
$p(B) = \frac{86}{120} = \frac{43}{60}$.
$p(C) = \frac{86}{120} = \frac{11}{120}$.

Exercice n°13

Une urne contient quatre boules numérotées ❶ ❷ ❸ ❹ indiscernables au toucher.
On tire au hasard successivement deux boules, en remettant la première boule tirée dans l'urne.

- A est l'événement : « La somme des points obtenus est égale à 4. »
- B est l'événement : « Le produit des points obtenus est égale à 4. »

a) Tableau à double entrée des sommes :

Tirage 2 / Tirage 1	1	2	3	4
1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8

Tableau à double entrée des produits :

Tirage 1 \ Tirage 2	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	4	6	8
3	3	6	8	12
4	4	8	12	16

b) $p(A) = \dfrac{3}{16}$ et $p(B) = \dfrac{3}{16}$.

c) $A \cap B$: Obtenir une somme et un produit égaux à 4.
$A \cup B$: Obtenir une somme égale 4 ou bien un produit égale à 4.

d) Selon les susdits tableaux : $p(A \cap B) = \dfrac{1}{16}$.
Or, $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$. Ainsi,
$p(A \cup B) = \dfrac{3}{16} + \dfrac{3}{16} - \dfrac{1}{16} = \dfrac{5}{16}$.

Exercice n°14

On a placé dans un panier des poivrons jaunes ou rouges, provenant de France ou d'Espagne selon la répartition suivante :

	Jaune	Rouge	Total
France	1	2	3
Espagne	4	5	9
Total	5	7	12

On choisit au hasard un poivron dans le panier. On note :
- F : « le poivron provient de France » ;
- J : « le poivron est jaune ».

1. (a) $p(F) = \dfrac{3}{12} = \dfrac{1}{4}$.
$p(J) = \dfrac{5}{12}$.
$p(F \cap J) = \dfrac{1}{12}$.
(b) On sait que :
$p(F \cup J) = p(F) + p(J) - p(F \cap J)$.
Ainsi, $p(F \cup J) = \dfrac{3}{12} + \dfrac{5}{12} = \dfrac{1}{12} = \dfrac{7}{12}$.

2. (a) $p_J(F) = \dfrac{Card(J \cap F)}{Card(J)} = \dfrac{1}{5}$.
Cela signifie que nous avons une chance sur cinq de choisir un poivron provenant de France sachant qu'il est jaune.
(b) $p_F(J) = \dfrac{Card(J \cap F)}{Card(F)} = \dfrac{1}{3}$.
Ainsi, il y a une chance sur trois de choisir un poivron jaune sachant qu'il provient de France.

Exercice n°15

Une boîte de petits fours contient 50 gâteaux, qui sont chocolatés ou meringués. Ces gâteaux sont soit de forme carrée, soit de forme ronde.
La répartition de ces gâteaux dans la boîte est donnée par le tableau ci-dessous.

	Chocolaté	Meringué	Total
Carrée	10	10	20
Ronde	20	10	30
Total	30	20	50

On choisit au hasard un gâteau dans cette boîte. On note :
- M : « le gâteau est meringué » ;
- R : « le gâteau est de forme ronde ».

1. (a) Selon le tableau :
$p(M \cap R) = \dfrac{10}{50} = \dfrac{1}{5}$.
(b) $p(\overline{M} \cap R) = \dfrac{20}{50} = \dfrac{2}{5}$.
Cela signifie que nous avons deux chances sur cinq de choisir un gâteau rond au chocolat.
(c) On sait que :
$p(\overline{M} \cup R) = p(\overline{M}) + p(R) - p(\overline{M} \cap R)$.
Ainsi, $p(\overline{M} \cup R) = \dfrac{30}{50} + \dfrac{30}{50} - \dfrac{20}{50} = \dfrac{40}{50} = \dfrac{4}{5}$.

2. (a) $p_M(R) = \dfrac{Card(M \cap R)}{Card(M)} = \dfrac{10}{20} = \dfrac{1}{2}$.
(b) Soit C l'événement :« le gâteau est de forme carrée. »
$p_C(M) = \dfrac{Card(M \cap C)}{card(C)} = \dfrac{10}{20} = \dfrac{1}{2}$.

Exercice n°16

Une maladie atteint 3 % d'une population de 30 000 habitants. On soumet cette population à un test :
- parmi les bien-portant, 2 % ont un test positif ;
- parmi les individus malades, 49 ont un test négatif.

1. Voici le tableau complété :

	Malade	Bien-portant	Total
Test positif	851	582	1433
Test négatif	49	28 518	28 567
Total	900	29 100	30 000

2. On choisit au hasard un individu de cette population. On note :
— T : « le test est positif » ;
— M : « l'individu est malade ».

(a) $T \cap M$: L'individu est malade et testé positif.
$p(T \cap M) = \dfrac{581}{30000}$
(b) $p_{\overline{M}}(T) = \dfrac{582}{29100} = \dfrac{1}{50}$.
(c) $p_T(M) = \dfrac{581}{1433}$.

Exercice n°17

Une enquête a été réalisée auprès de 800 élèves d'un lycée.
- 40 % des élèves sont des garçons ;
- 35 % des élèves sont des fumeurs ;
- 224 garçons ne fument pas.

Un tableau d'effectifs qui traduit la situation est donné ci-dessous :

	Garçon	Fille	Total
Fumeur	96	184	280
Non fumeur	224	296	520
Total	320	480	800

1. Voir le tableau.
2. On choisit au hasard un élève de l'établissement. On note :
   — G : « l'élève est un garçon » ;
   — F : « l'élève est un fumeur ».
   (a) Soit Fu l'événement : « l'élève est un fumeur. »
   $P_{Fu}(F) = \dfrac{Card(Fu \cap F)}{Card(Fu)} = \dfrac{184}{280} = \dfrac{23}{35}$.
   (b) $P_G(Fu) = \dfrac{Card(Fu \cap G)}{Card(G)} = \dfrac{94}{320} = \dfrac{3}{10}$.

Exercice n°18

On donne la répartition des élèves de Première et de Terminale d'un lycée :

	générale	techno	Total
Première	174	96	270
Terminale	208	84	292
Total	382	180	562

1. La fréquence marginale des élèves de filière technologique est égale à : $\dfrac{96}{562} = \dfrac{48}{281}$.
2. La fréquence conditionnelle des élèves de filière générale parmi les élèves de Première est égale à : $\dfrac{174}{270} = \dfrac{29}{45}$.

Exercice n°19

On considère une population de 10 000 individus pour lesquels on étudie les groupes sanguins A,B, AB ou O et le rhésus, positif (Rh +) ou négatif (Rh -). Les données sont regroupées dans le tableau suivant :

	A	B	AB	O	Total
Rh+	3 280	810	415	3 600	8 105
Rh-	720	190	85	900	1 895
Total	4 000	1 000	500	4 500	10 000

1. La fréquence marginale des personnes du groupe sanguin A est égale à :
   $\dfrac{4000}{10000} = \dfrac{2}{5}$.
2. La fréquence marginale des personnes dont le sang est de rhésus positif est égale :
   $\dfrac{8105}{10000} = \dfrac{1621}{2000}$.
3. La fréquence conditionnelle des personnes dont le sang est de rhésus positif parmi les personnes du groupe sanguin A, est égale à :
   $\dfrac{4000}{10000} = \dfrac{3\ 280}{4\ 000} = \dfrac{41}{50}$.
4. La fréquence conditionnelle des personnes du groupe sanguin O parmi les personnes dont le sang est de rhésus négatif, est égale à :
   $\dfrac{4000}{10000} = \dfrac{900}{1895} = \dfrac{180}{379}$.