Corrigés

Exercice n°1

En français	En mathématiques
L'image de 2 est 3	$f(2) = 3$
1 est l'image de 8	$f(8) = 1$
5 est l'antécédent de 4	$f(5) = 4$
13 a pour antécédent -7	$f(13) = -7$

Exercice n°2

Pour son anniversaire, Julien a reçu un coffret de tir à l'arc. Il tire une flèche. La trajectoire de la pointe de cette flèche est représentée ci-dessous. La courbe donne la hauteur en mètres (m) en fonction de la distance horizontale en mètres (m) parcourue par la flèche.

1. Lecture graphique :
   (a) La flèche est tirée d'une hauteur de 1 m.
   (b) La flèche retombe au sol à 19 m de Julien.
   (c) La hauteur maximale atteinte par la flèche est d'environ 3 m.
2. La courbe ci-dessus représente la fonction f définie par : $f(x) = -0{,}1x^2 + 0{,}9x + 1$.
   (a) $f(5) = -0{,}1 \times 5^2 + 0{,}9 \times 5 + 1 = -2{,}5 + 4{,}5 + 1 = 3$.
   (b) La hauteur de la flèche s'élève à plus de 3 m de hauteur. En effet,
   $f(4{,}5) = -0{,}1 \times 4{,}5^2 + 0{,}9 \times 4{,}5 + 1 = 3{,}025$.

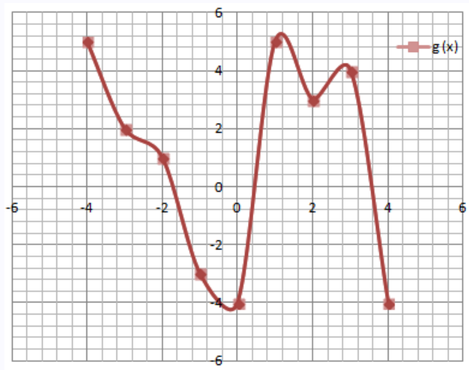
Exercice n°3

— Soit x le nombre de kilogrammes. La fonction f est définie par : $f(x) = 1{,}5x$.
— C'est une fonction linéaire car on peut l'écrire sous la forme $f(x) = ax$.
— $f(10) = 1{,}5 \times 10 = 15$.
10 kilogrammes de pommes coûtent 15€.
— Déterminer l'antécédent de 4,5 par la fonction f, revient à résoudre l'équation $1{,}5x = 4{,}5$. Donc $x = \frac{4{,}5}{1{,}5} = 3$.
Avec 4,50€, on peut acheter 3 kilogrammes de pommes.

Exercice n°4

Voici un tableau de valeurs correspondant à une fonction g.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$g(x)$	5	2	1	-3	-4	5	3	4	-4

1. 4 est l'image de 3 par la fonction g.
2. -1 a pour image -3 par la fonction g.
3. -4 et 1 ont la même image par la fonction g.
   4 et 0 ont la même image par la fonction g.
4. 

Exercice n°5

Soit x le nombre de séances mensuelles d'un abonné.

1. Formule A : $f(x) = 5x + 18$.
   Formule B : $g(x) = 3{,}75x + 28$.
2. 6 séances mensuelles coûtent 48 € avec la formule A. En effet, $f(6) = 5 \times 6 + 18 = 48$.
   6 séances mensuelles coûtent 50,50 € avec la formule B. En effet, $g(6) = 6 \times 3{,}75 + 28 = 50{,}50$.
   Ainsi, pour 6 séances, la formule A est plus avantageuse.
3. Un abonné dispose de 118 €.
   Avec la formule A cette somme d'argent permet d'avoir le droit à 20 séances. En effet,
   $5x + 18 = 118 \Leftrightarrow 5x = 100 \Leftrightarrow x = 20$.
   Avec la formule B cette somme d'argent permet d'avoir le droit à 24 séances. En effet,
   $3{,}75x + 28 = 118 \Leftrightarrow 3{,}75x = 90 \Leftrightarrow x = 24$.
   Pour un tel montant, on peut donc conseiller la formule B.
4. Dire que la formule B est plus avantageuse que la formule A, revient à dire : $3{,}75x + 28 \leq 5x + 18$.
   Autrement dit, $28 - 18 \leq 5x - 3{,}75x$.
   Soit, $10 \leq 1{,}25x \Leftrightarrow 8 \leq x$.
   Ainsi, à partir de 9 séances, la formule B devient plus avantageuse que la A.

Exercice n°6

On considère la fonction k définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$k(x) = -7x + 9.$$

$k(10) = -7 \times 10 + 9 = -70 + 9 = -61$.
-61 est l'image de 10 par la fonction k.

$k(-4) = -7 \times (-4) + 9 = 28 + 9 = 37$.
37 est l'image de -4 par la fonction k.

$k(\frac{3}{7}) = -7 \times \dfrac{3}{7} + 9 = -3 + 9 = 6$.
6 est l'image de $\frac{3}{7}$) par la fonction k.

$k(\frac{1}{4}) = -7 \times \frac{1}{4} + 9 = \dfrac{-7}{4} + 9 = \dfrac{29}{4}$.
$\dfrac{29}{4}$ est l'image de $\frac{1}{4}$) par la fonction f.

Exercice n°7

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 3x^2 + 7x.$$

$f(0) = 3 \times 0^2 + 7 \times 0 = 0$.
0 est l'image de 0 par la fonction f.

$f(2) = 3 \times 2^2 + 7 \times 2 = 12 + 14 = 26$.
26 est l'image de 2 par la fonction f.

$f(-3) = 3 \times (-3)^2 + 7 \times (-3) = 27 - 21 = 6$.
6 est l'image de -3 par la fonction f.

$f\left(\dfrac{1}{2}\right) = 3 \times \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 + 7 \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{17}{4}$.
$\dfrac{17}{4}$ est l'image de $\dfrac{1}{2}$ par la fonction f.

Exercice n°8

On définit deux fonctions k et l, définies sur $\mathbb{R}$, par :

$$k(x) = 2x + 3 \text{ et } l(x) = x^2.$$

1. Déterminer le(s) antécédent(s) de 2 par la fonction k, revient à résoudre l'équation $k(x) = 2$.
   Or, $2x + 3 = 2 \Leftrightarrow 2x = -1 \Leftrightarrow x = \dfrac{-1}{2}$.
   Ainsi, $\dfrac{-1}{2}$ est l'antécédent de 2 par la fonction f.
2. Déterminer le(s) antécédent(s) de 3 par la fonction l, revient à résoudre l'équation $l(x) = 3$.
   Or, $x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \sqrt{3}$ ou $x = -\sqrt{3}$.
   Ainsi, $-\sqrt{3}$ et $\sqrt{3}$ sont les deux antécédents de 3 par la fonction l.

Exercice n°9

On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par :
$h(x) = (2x - 7)(3x + 1)$.
Déterminer le ou les nombres qui ont pour image 0, revient à résoudre l'équation $h(x) = 0$.

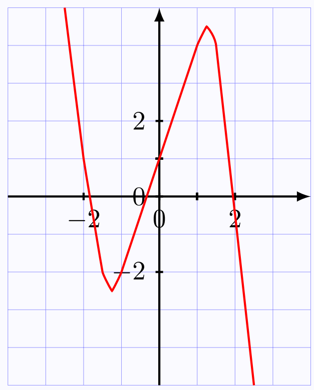
Or,

$$\begin{aligned} h(x) = 0 &\Leftrightarrow (2x-7)(3x+1) = 0 \\ &\Leftrightarrow 2x - 7 = 0 \quad \text{ou} \quad 3x + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow 2x = 7 \quad \text{ou} \quad 3x = -1 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{7}{2} \quad \text{ou} \quad x = \frac{-1}{3}. \end{aligned}$$

Ainsi, $\dfrac{7}{2}$ et $\dfrac{-1}{3}$ sont les deux antécédents de 0 par h.

Exercice n°10

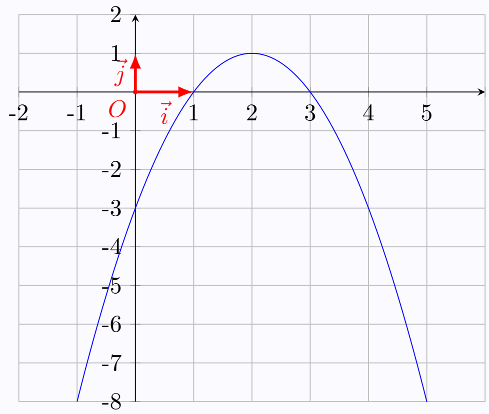
Voici la courbe représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-2{,}5; 2{,}5]$.



1. Par lecture graphique, on obtient :
   (a) 2 est l'image de 1 par f.
   (b) $f(0) = 1$, $f(1) = 4$, $f(2) = 1$, $f(2) = 0$;
   (c) -2, 0 et $\approx 1{,}9$ sont les antécédents de 1 par f.
   (d) 0 est l'image de $\approx -1{,}9$; $\approx -0{,}4$ et 2 par la fonction .
2. Citer, si possible, un nombre qui a :
   (a) 6 n'a pas d'antécédent par la fonction f.
   (b) $-2{,}5$ admet 2 antécédents par la fonction f.
   (c) -4 admet 1 antécédent par la fonction f.
   (d) 2 admet 3 antécédents par la fonction f.

Exercice n°11

Soit f la fonction définie sur $[-1; 5]$ dont la courbe est donnée ci-dessous.

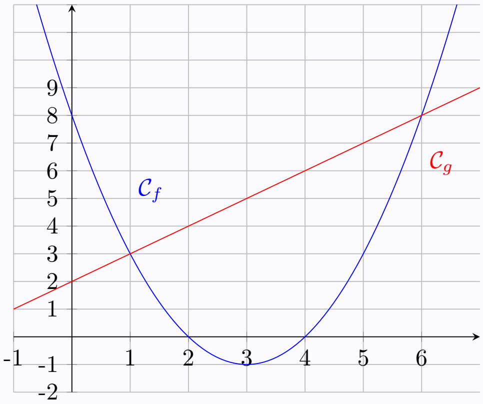


1. Selon la représentation graphique :
   $f(-1) = -8$; $f(0) = -3$ et $f(1) = 0$.

2. Selon la représentation graphique :
   0 et 4 sont les deux solutions les antécédents de -3 par la fonction f.
3. $f(x)$ varie dans $[-8;1]$, quand x varie dans $[-1;5]$.

Exercice n°12

On donne les représentations graphiques de deux fonctions f et g.



1. (a) La fonction f est définie sur l'intervalle $[-0{,}5; 6{,}5]$.
   La fonction g est définie sur l'intervalle $[-1; 7]$;
   (b) Selon la représentation graphique :
   $f(0) = 8$; $f(5) = 3$ et $g(3) = 5$.
   (c) 1 et 5 sont les deux solutions de cette équation $f(x) = 3$.
   (d) Si $f(x) \geqslant 8$, alors $x \in [0; 6]$.
   (e) 1 et 6 sont les deux solutions de cette équation $f(x) = g(x)$.
   (f) Si $f(x) > g(x)$ alors $x \in [-0{,}5; 1[\cup]6; 6{,}5]$.
   (g) 2 et 5 sont les deux solutions de cette équation $g(x) - f(x) = 4$.
   (h) Le minimum de f est -1. Celui-ci est atteint en 3.
2. Tableau de signes :

x	-0.5		2		4		6.5
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Tableau de variations :

x	-0.5		3		6.5
$f(x)$		$\searrow$	-1	$\nearrow$	

Exercice n°13

Tableaux de variations :

a) $f(x) = 0{,}1x + 4$ sur $[0; 10]$.

x	0		10
$f(x)$	4	$\nearrow$	14

b) $g(x) = 4 - 2x$ sur $[-2; 5]$.

x	-2		5
$g(x)$	8	$\searrow$	-6

c) $h(x) = -0,8x + 0,4$ sur $[1; 5]$.

x	1		5
$h(x)$	-0.4	$\searrow$	-4.6

Tableaux de signes :

a) $f(x) = 0,1x + 2$ sur $[-100; 100]$.

x	-100		-20		100
$f(x)$		$-$	0	$+$	

b) $g(x) = 4 - 2x$ sur $[-1; 10]$.

x	-1		2		10
$g(x)$		$+$	0	$-$	

c) $h(x) = -0,4x + 0,4$ sur $[0; 100]$.

x	0		1		100
$f(x)$		$+$	0	$-$	

Exercice n°14

Boulétos achète des ingrédients pour faire des crêpes. Il dépense 8 euros, fait 30 crêpes et part les vendre sur le marché, 70 centimes la crêpe, pour financer un voyage scolaire en Grèce.

1. Le bénéfice après avoir vendu 25 crêpes s'élève à 9,5 €.
   En effet,
   $25 \times 0{,}70 - 8 = 9{,}5$.
   Il n'y a aucun bénéfice, s'il en vend que 3 crêpes. En effet,
   $3 \times 0{,}70 - 8 = -5{,}9 < 0$.
2. L'expression de la fonction B qui, à un nombre x de crêpes vendues associe le bénéfice $B(x)$, est :
   $B(x) = 0{,}7x - 8$
3. Tableau de signes de B :

x	0		$\frac{80}{7}$		30
$B(x)$		$-$	0	$+$	

Pour dégager un bénéfice, il faut vendre au moins 12 crêpes.