7

Dérivation

Série d'exercices

Corrigés — Classe : 1re STMG — Lycée : Evariste Galois

Exercice n°1

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$.

1. Calculer le taux de variation de f entre 1 et 2.
2. Calculer le taux de variation de f entre 1 et 4.
3. Calculer le taux de variation de f entre 1 et $1+h$.
4. En déduire $f'(1)$.

Exercice n°2

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^2 - 3$.

1. Calculer le taux de variation de g entre 2 et 3.
2. Calculer le taux de variation de g entre 2 et 4.
3. Calculer le taux de variation de g entre 2 et $2+h$.
4. En déduire g.

Exercice n°3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 1 - x^2$.
Soit h un réel non nul et a un réel quelconque.

1. Calculer le taux de variation de f entre a et $a+h$.
2. En déduire le taux de variation de f entre 2 et 5.

Exercice n°4

Soit $f : x \longrightarrow x^2 + 3x$.
Soit h un réel non nul. Calculer :

a) $f(1+h)$.

b) $f(-2+h)$.

c) $\dfrac{f(5+h) - f(5)}{h}$.

d) $\dfrac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$.

Exercice n°5

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 + 4$.

1. Établir que pour tout réel $h \neq 0$,
$$\frac{f(1+h) - f(1)}{h} = 2 + h.$$
2. En déduire que f est dérivable en 1 et préciser la valeur du nombre dérivé de f en 1.

Exercice n°6

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$f(x) = x^2 - x + 1.$$

1. Établir que pour tout réel $h \neq 0$,
$$\frac{f(3+h) - f(3)}{h} = 5 + h.$$
2. En déduire que f est dérivable en 3 et préciser la valeur du nombre dérivé de f en 3.

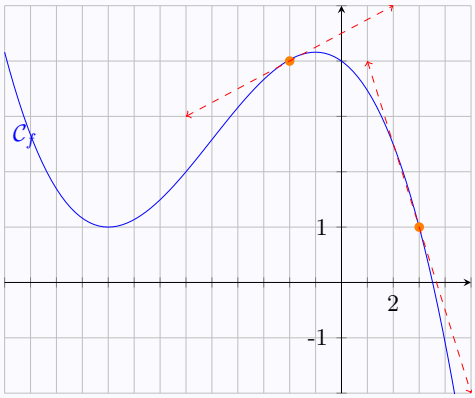
Exercice n°7

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$f(x) = 3x^2 + 5x + 4.$$

1. Établir que pour tout réel $h \neq 0$,
$$\frac{f(2+h) - f(2)}{h} = 3h + 17.$$
2. En déduire que f est dérivable en 2 et préciser la valeur du nombre dérivé de f en 2.

Exercice n°8

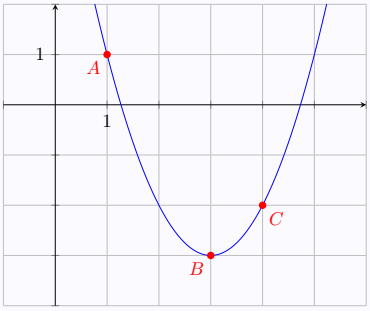
On donne sur la figure ci-dessous la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ d'une fonction définie f sur $\mathbb{R}$ ainsi que les tangentes à cette courbe en certains points.



1. Donner par lecture graphique $f(3)$, $f(-2)$ et $f(-9)$.
2. Donner par lecture graphique $f'(3)$, $f'(-2)$ et $f'(-9)$.
3. Donner les équations des tangentes correspondantes.

Exercice n°9

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$.
f est dérivable en 1, en 3 et en 4 et telle que :
$$f'(1) = -4; \quad f'(3) = 0; \quad f'(4) = 2.$$
Construire les tangentes à la courbe $\mathcal{C}_f$ aux points A, B et C et donner les équations réduites de chacune d'elles.



Exercice n°10

Calculer, pour chacune des fonctions suivantes, sa fonction dérivée.

a) $f(x) = x^2 + 4$.

b) $g(x) = x^3 + x$.

c) $h(x) = 4x^2 - 6x$.

d) $k(x) = 2x^3 - 5x^2 + 7x - 5$.

e) $u(x) = 2x^2 - 4x + 9$.

f) $v(x) = -2x^3 + 6x^2 - 3x + 9$.

Exercice n°11

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 + 6x - 10.$$

1. (a) Calculer $f'(x)$.
   (b) Étudier le signe de $f'(x)$.
2. (a) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
   (b) En déduire que f admet un extremum sur $\mathbb{R}$. Préciser en quelle valeur de x il est atteint.

Exercice n°12

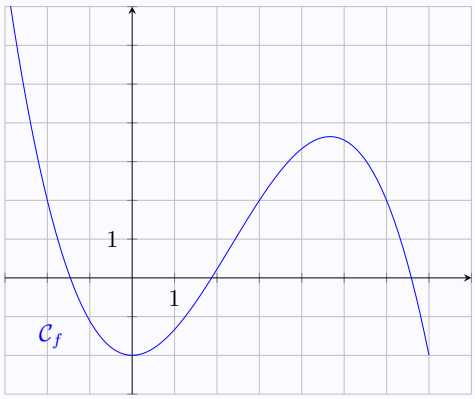
On définit la fonction f sur l'intervalle $[0; 20]$ par :

$$f(x) = -x^3 + 30x^2 108x - 500.$$

1. On admet que f est dérivable sur l'intervalle $[0; 20]$ et on note f' sa dérivée. Calculer $f'(x)$.
2. Montrer que $f'(x) = -3(x-2)(x-18)$.
3. Donner les abscisses des points de la courbe représentative de f en lesquels la tangente est horizontale.
4. Étudier le signe de cette fonction dérivée puis dresser le tableau de variations de la fonction f sur $[0; 20]$.
   Y a-t- il un maximum sur l'intervalle $[0; 20]$? Si oui donner ses coordonnées.

Exercice n°13

On considère la fonction f définie sur $[-3; 7]$ dont la courbe est tracée ci-dessous.



1. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $[-3; 7]$.

x	-3	7
$f(x)$		

2. En déduire le tableau de signes de f' sur $[-3; 7]$.

x	-3	7
$f'(x)$		

Exercice n°14

On considère l'algorithme écrit en langage Python :

Progamme Python

```python
from lycee import *
def f(x):
y=x ** 2+x
return y
def taux (a):
h=1
for i in range (5):
T=(f(a+h)-f(a))/h
print(pour h =,h,: )
print(T =,T)
h=h/10
return T
```

1. Donner toutes les valeurs prises par la variable h.
2. En déduire, à l'aide de la calculatrice, l'ensemble des valeurs de T lorsque l'on execute taux(4).
3. Que peut-on conjecturer ? Retrouver le résultat par le calcul.

Exercice n°15

On donne ci-dessous le tableau de signes de la dérivée d'une fonction f définie et dérivable sur $]0; +\infty[$ et $f(1) = 1$, $f(2) = 2$ et $f(4) = 3$.

x	0		1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Dresser le tableau de variation de la fonction f.

Exercice n°16

On donne ci-dessous le tableau de signes de la dérivée d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ et $f(-1) = 1$, $f(0) = -1$ et $f(3) = 2$.

x	$-\infty$		-1		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Dresser le tableau de variation de la fonction f.