

Pourcentages

1re STMG

<https://maths-mde.fr>

- 1 Proportion et pourcentage
- 2 Proportion de proportion
- 3 Augmentation et réduction en pourcentage
- 4 Taux d'évolution
- 5 Évolutions successives
- 6 Évolution réciproque

1. Proportion et pourcentage

Propriété

La proportion, exprimée en pourcentage, d'une grandeur x par rapport à une grandeur y est obtenue en effectuant le calcul $\frac{x}{y} \times 100$.

Exemple

On réalise un sondage auprès de 400 personnes concernant les mesures prises par le gouvernement. Le nombre de personnes interrogés est $n_E = 400$. Parmi ceux-ci, le nombre de ceux satisfaits est $n_S = 94$.

La proportion de personnes pleinement satisfaites des mesures prises par le gouvernement est

$$p = \frac{n_S}{n_E} = \frac{94}{400} = 0,235 = 23,5\%.$$

Propriété

Calculer $x\%$ d'une grandeur revient à la multiplier par $\frac{x}{100}$.

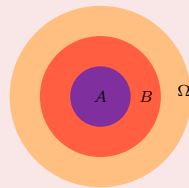
Exemple

30 euros représente 5% de 600 euros. En effet, $\frac{5}{100} \times 600 = 30$.

2. Proportion de proportion

Propriété

On considère trois ensembles A , B et Ω emboîtés tels que $A \subset B \subset \Omega$.
On note p la proportion de la population de A dans la population de B .
On note p' la proportion de la population de B dans la population de Ω .
Alors la proportion de la population de A dans la population Ω est égale à $p \times p'$.



Exemple

Un maraîcher vend des légumes en direct à la ferme et sur des marchés mais aussi dans des supermarchés locaux. Au cours du mois de Juin, il a vendu 78% de sa production en direct, et parmi ces légumes, 65% ont été vendus à la ferme.

La proportion p_1 de légumes vendus en direct est $p_1 = 0,78$.

La proportion p_2 de légumes vendus à la ferme parmi ceux vendus en direct est $p_2 = 0,65$.

On calcule : $p = p_1 \times p_2 = 0,78 \times 0,65 = 0,507 = 50,7\%$.

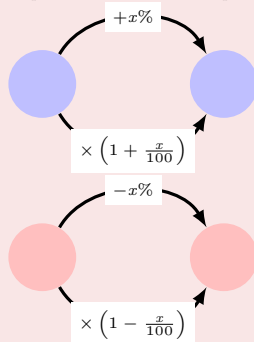
La proportion de sa production vendue directement à la ferme a été de 50,7%.

3. Augmentation et réduction en pourcentage

Propriétés

- Augmenter une grandeur d'un pourcentage de $x\%$ revient à multiplier par $\left(1 + \frac{x}{100}\right)$.
 $\left(1 + \frac{x}{100}\right)$ est alors appelé **coefficient multiplicateur** associé à la hausse.
- Diminuer une grandeur d'un pourcentage de $x\%$ revient à multiplier par $\left(1 - \frac{x}{100}\right)$.
 $\left(1 - \frac{x}{100}\right)$ est alors appelé **coefficient multiplicateur** associé à la baisse.

Représentation schématique :

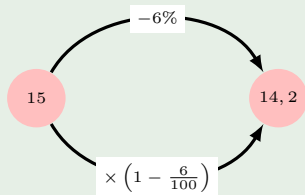


Exemples

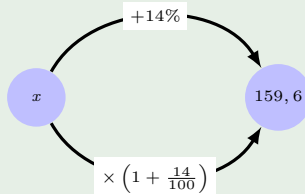
- Augmenter une grandeur de 3% revient à la multiplier par $\left(1 + \frac{3}{100}\right) = 1,03$.
- Diminuer une grandeur de 15% revient à la multiplier par $\left(1 - \frac{15}{100}\right) = 0,85$.

Exemples

- ① Si une action valant 15 euros subit une baisse de 6%, sa nouvelle valeur est de $15 \times 0,94 = 14,1$ euros.



- ② Le prix d'un produit est de 159,6 euros après avoir subi une hausse de 14%. Le prix du produit avant la hausse était x tel que $x \times 1,14 = 159,6$. On obtient $x = \frac{159,6}{1,14} = 140$.



4. Taux d'évolution

On considère deux valeurs numériques réelles strictement positives V_I et V_F .
La valeur V_I est la valeur initiale et V_F la valeur finale.

Définition

- On appelle variation absolue la différence : $V_F - V_I$.
- On appelle taux d'évolution (ou variation relative) de V_I à V_F , le nombre T défini par : $T = \frac{V_F - V_I}{V_I}$.

Exemple

La population de la ville de Noisy le Grand passe de 55 000 à 74 250 habitants.

La variation absolue de cette population est de $74\,250 - 55\,000 = 19\,250$.

La variation relative est de 35%. En effet, $\frac{74\,250 - 55\,000}{55\,000} = 0,35$.

Remarques

- Un taux d'évolution positif est un taux d'augmentation et un taux d'évolution négatif est un taux de diminution ou de baisse.
- Un taux d'évolution s'exprime toujours par rapport à la valeur initiale.

Propriété

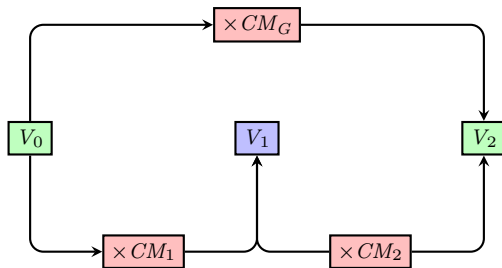
Soit T le taux d'évolution entre V_I et V_F . Ainsi, $CM = 1 + T$.

Avec $CM = \frac{V_F}{V_I}$ le coefficient multiplicateur.

5. Évolutions successives

Définition

Soit T_1 le taux d'évolution entre deux valeurs V_0 à V_1 et T_2 le taux d'évolution entre les valeurs V_1 à V_2 . L'évolution globale de V_0 à V_2 , noté T_G , a pour coefficient multiplicateur CM_G avec : $CM_G = CM_1 \times CM_2$.



Exemple

Le nombre d'abonnés d'un journal en ligne augmente de 30% avant de baisser de 10%.

Il est donc multiplié par 1,3 puis par 0,9. Alors $CM_G = 1,3 \times 0,9 = 1,17$.

Cela correspond à un taux de $1,17 - 1 = 0,17$.

Le taux d'évolution global est donc $T_G = 1,17 - 1 = 0,17$ soit 17%.

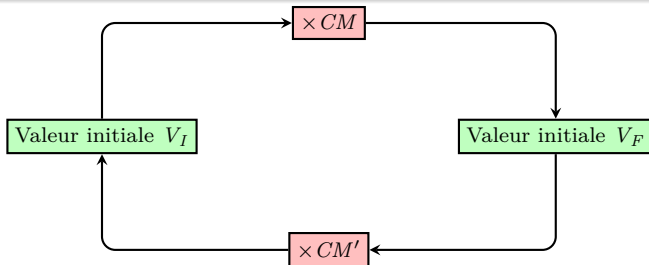
6. Évolution réciproque

Définition

Soit T le taux d'évolution entre deux valeurs V_I à V_F et CM son coefficient multiplicateur associé.

L'évolution T' de V_F à V_I est appelé le taux d'évolution réciproque de T dont le coefficient multiplicateur

CM' associé est : $CM' = \frac{1}{CM}$.



Exemple

Un prix augmente de 25% : il a donc été multiplié par $CM = 1 + \frac{25}{100} = 1,25$.

Le coefficient multiplicateur réciproque qui permettrait de revenir au prix de départ est de :

$$CM' = \frac{1}{1,25} = 0,8.$$

Or, $0,8 - 1 = -0,2$ ce qui correspond donc à une baisse de 20%.