Fonctions polynômes de degré 3

1re STMG

maths-mde.fr

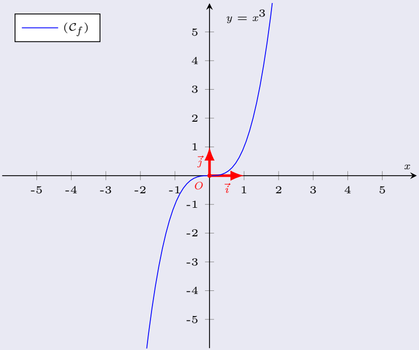
Cours pour élève à imprimer

1. La fonction cube
2. Équation de la forme $x^3 = a$
3. Fonctions polynômes de degré 3 de la forme $x \longrightarrow ax^3 + b$
4. Fonctions polynômes de la forme $x \longrightarrow a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$

1. La fonction cube

Définition

On appelle fonction cube, la fonction qui à un nombre réel associe son cube. En d'autres termes, la fonction cube est la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3$.

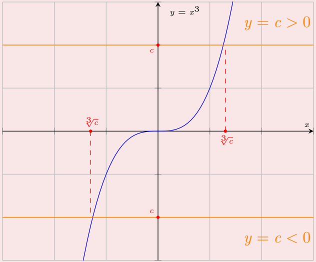


Propriété

- La fonction cube est impaire. En effet, $\mathbb{R}$ est symétrique par rapport à 0 et, pour tout $\mathbb{R}$, $f(-x) = (-x)^3 = (-1)^3 \times x^3 = -x^3 = -f(x)$.
- Sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'origine du repère O.

Propriété

Toute équation de la forme $x^3 = a$ admet qu'une seule solution notée : $x = \sqrt[3]{a}$.



- La solution de l'équation $x^3 = c$ est l'abscisse du point d'intersection de la courbe d'équation $y = x^3$ et de la droite horizontale d'équation $y = c$.
- Si $c = 0$ alors $x = \sqrt[3]{0} = 0$.
- Le nombre $\sqrt[3]{c}$ est appelé « racine cubique » de c.

3. Fonctions polynômes de degré 3 de la forme $x \longrightarrow ax^3 + b$

Propriétés

Dans un repère orthogonal, toute fonction du type $x \longrightarrow ax^3$ est représentée par une courbe qui passe par l'origine O du repère et qui est symétrique par rapport à O.

Les courbes représentatives des fonctions du type $x \longrightarrow ax^3 + b$ sont similaires à celles de la forme $x \longrightarrow ax^3$. Elles ne sont pas symétriques par rapport à O mais sont décalées vers le haut ou le bas, selon le signe de b.

Deux orientations de la courbe d'équation $y = ax^3 + b$ sont possibles selon le signe du réel a

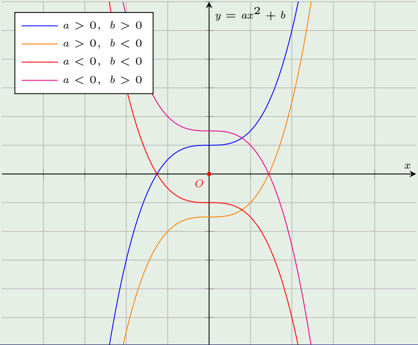


Tableau de variations

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	b	$\nearrow$

Ainsi, f est croissante si $a > 0$.

Tableau de variations

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	b	$\searrow$

Ainsi, f est décroissante si $a < 0$.

4. Fonctions polynômes de la forme $x \longrightarrow a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$

Définition

Toute fonction de la forme $x \longrightarrow a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$ avec $a \neq 0$ est une fonction polynôme de degré 3.
Elle s'annule en x_1, x_2 et x_3, ce sont alors les racines du polynôme.

Deux allures de la courbe sont possibles suivant le signe du réel a