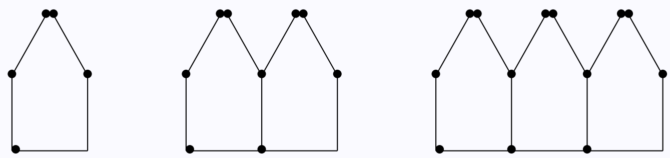
Corrigé : Devoir Maison n°12

Exercice 1

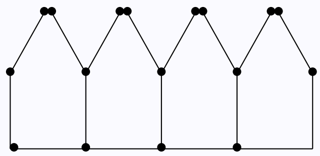
On remarque que les allumettes sont constituées en suivant une disposition bien particulière qui peut être lue comme suit :

Étape 1 — *Étape 2* — *Étape 3*



$1+4\times 1=5$ — $1+4\times 2=9$ — $1+4\times 3=13$

1. L'étape 4 :

   Il faudra donc 17 allumettes à cette étape. En effet, $1+4\times 4=17$.

2. À l'étape 24, il faudra 97 allumettes. En effet, $1+4\times 24=1+96=97$.
   À l'étape 547, il faudra 2 189 allumettes. En effet, $1+4\times 547=1+2\,188=2\,189$.

3. En suivant le même raisonnement des questions précédentes, on déduit qu'à l'étape n, il faudra $1+4\times n$ allumettes.

Exercice 2

1. On sait que :
   Les deux angles $\widehat{CAB}$ et $\widehat{CED}$ sont alternes-internes et donc égaux, car ils sont définis par les deux droites parallèles (AB) et (DE).
   Les deux angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{CDE}$ sont alternes-internes et donc égaux, car ils sont définis par les deux droites parallèles (AB) et (DE).
   Les deux angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{DCE}$ sont opposés par le sommet C, ils sont donc égaux.
   Les deux triangles ACB et DCE ont, deux à deux, des angles de même mesure, ils sont donc semblables.

2. Les deux triangles ACB et DCE sont semblables, donc : $\dfrac{CA}{CE}=\dfrac{CB}{CD}=\dfrac{AB}{DE}$.
   Autrement dit, $\dfrac{300}{CE}=\dfrac{500}{700}=\dfrac{400}{DE}$. Ainsi, $DE=\dfrac{700\times 400}{500}=560$ m.

3. Vérifions que : $\mathrm{BC}^2=\mathrm{AB}^2+\mathrm{AC}^2$.
   D'une part, $\mathrm{BC}^2=500^2=250\,000$.
   D'autre part, $\mathrm{AB}^2+\mathrm{CB}^2=400^2+300^2=160\,000+90\,000=250\,000$.
   L'égalité est vérifiée alors d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle ABC est rectangle en A.