Corrigé : Devoir Surveillé n°2

Exercice 0

$$\begin{aligned} A &= \frac{5}{7} - \frac{2}{7} \times \frac{4}{3} \\ &= \frac{5}{7} - \frac{8}{21} \\ &= \frac{5 \times 3}{7 \times 3} - \frac{8}{21} \\ &= \frac{15}{21} - \frac{8}{21} \\ &= \frac{7}{21} \\ &= \frac{1}{3}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \div \frac{2}{3}. \\ &= \left(\frac{1 \times 3}{2 \times 3} - \frac{1 \times 2}{3 \times 2}\right) \div \frac{2}{3} \\ &= \left(\frac{3}{6} - \frac{2}{6}\right) \div \frac{2}{3} \\ &= \frac{1}{6} \times \frac{3}{2} \\ &= \frac{3}{12} \\ &= \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

Exercice 1

$$\begin{aligned} \left(5-\left(4-\left(3-(2-1)^1\right)^2\right)^3\right)^4 &= \left(5-\left(4-(3-1)^2\right)^3\right)^4 \\ &= \left(5-(4-4)^3\right)^4 \\ &= \left(5-0^3\right)^4 \\ &= 5^4 \\ &= 625. \end{aligned}$$

Exercice 2

Développer et réduire :

$$\begin{aligned} G &= (x+3)(x+4) \\ &= x \times x + x \times 4 + 3 \times x + 3 \times 4 \\ &= x^2 + 4x + 3x + 12 \\ &= x^2 + 7x + 12. \end{aligned}$$

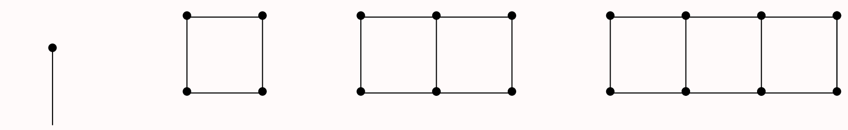
$$\begin{aligned} H &= (2x-1)(3x+5) \\ &= 2x \times 3x + 2x \times 5 + (-1) \times 3x + (-1) \times 5 \\ &= 6x^2 + 10x - 3x - 5 \\ &= 6x^2 + 7x - 5. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I &= (x+1)^2 - (2x+4) \\ &= (x+1)(x+1) - (2x+4) \\ &= [x \times x + x \times 1 + 1 \times x + 1 \times 1] - (2x+4) \\ &= x^2 + 1x + 1x + 1 - 2x - 4 \\ &= x^2 + \cancel{2x} - \cancel{2x} - 3 \\ &= x^2 - 3. \end{aligned}$$

Exercice 3

On remarque que les allumettes sont constituées en suivant une disposition bien particulière qui peut être lue comme suit :

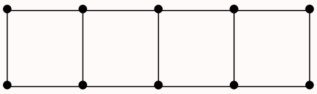
Étape 0 *Étape 1* *Étape 2* *Étape 3*



$1+3\times 0 = 1$ $1+3\times 1 = 4$ $1+3\times 2 = 7$ $1+3\times 3 = 10$

Exercice 3 : suite

1. L'étape 4 :



   Il faudra donc 13 allumettes à l'étape 4. En effet, $1+3\times 4 = 13$.

2. À l'étape 24, il faudra 73 allumettes, puisque $1+3\times 24 = 73$.
   À l'étape 547, il faudra 1 642 allumettes, puisque $1+3\times 547 = 1\,642$.

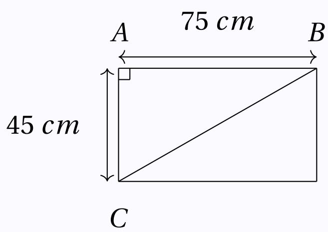
3. À l'étape n, il faudra donc $1+4\times n$ allumettes.

4. Si elle dispose de 1 549 allumettes, elle pourra aller jusqu'à l'étape 516. En effet,

$$\begin{array}{rcl} 1+3n & = & 1\,549 \\ 3n & = & 1\,548 \\ n & = & \dfrac{1\,548}{3} \\ n & = & 516. \end{array}$$

Exercice 4

Le fond de la valise de sara peut être représenté par un rectangle.
Le parapluie le plus long à mettre dedans doit avoir une longueur inférieure à la diagonale.
Calculons alors BC.



ABC est un triangle rectangle en B, alors d'après le théorème de Pythagore, nous avons :

$$\begin{array}{rcl} BC^2 & = & AB^2+AC^2 \\ & = & 70^2+45^2 \\ & = & 4\,900+2\,025 \\ & = & 6\,925. \end{array}$$

Ainsi, $BC = \sqrt{6\,925} \approx 83,2\ cm$. Par conséquent, Sara peut introduire dans sa valise le parapluie de 83 cm.

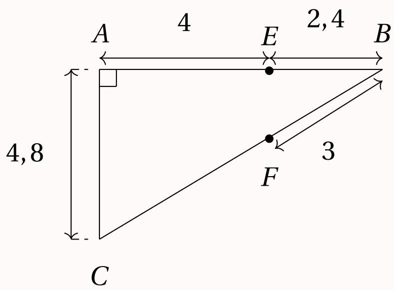
Exercice 5

1. ABC est un triangle rectangle en A, alors d'après le théorème de Pythagore, nous avons :

$$\begin{array}{rcl} BC^2 & = & AB^2+AC^2 \\ & = & 6,4^2+4,8^2 \\ & = & 40,96+23,04 \\ & = & 64. \end{array}$$

   Ainsi, $BC = \sqrt{64} = 4\ cm$.

2. Vérifions que : $\frac{BE}{BA} = \frac{BF}{BC}$.
   D'une part, $\frac{BE}{BA} = \frac{2{,}4}{6{,}4} = \frac{3}{8}$.
   D'autre part, $\frac{BF}{BC} = \frac{3}{8}$. L'égalité est vérifiée, alors d'après la réciproque de la propriété de Thalès les droites (EF) et (AC) sont parallèles.



Exercice 5 : suite

3. On sait que :
   Les droites (AE) et (CF) sont sécantes ;
   $(AC)//(EF)$.
   Alors d'après la propriété de Thalès : $\frac{BE}{BA} = \frac{BF}{BC} = \frac{EF}{AC}$.
   Soit, $\frac{2{,}4}{6{,}4} = \frac{3}{8} = \frac{EF}{4{,}8}$.
   Ainsi, $EF = \frac{4{,}8 \times 3}{8} = 1{,}8\ cm$.

Exercice 6

On lance deux dés non truqués, l'un est rouge et l'autre est bleu.

1. Ci-après un tableau à double entrée présentant les 36 issues possibles de cette expérience :

Rouge \ Bleu	1	2	3	4	5	6
1	(1 ; 1)	(1 ; 2)	(1 ; 3)	(1 ; 4)	(1 ; 5)	(1 ; 6)
2	(2 ; 1)	(2 ; 2)	(2 ; 3)	(2 ; 4)	(2 ; 5)	(2 ; 6)
3	(3 ; 1)	(3 ; 2)	(3 ; 3)	(3 ; 4)	(3 ; 5)	(3 ; 6)
4	(4 ; 1)	(4 ; 2)	(4 ; 3)	(4 ; 4)	(4 ; 5)	(4 ; 6)
5	(5 ; 1)	(5 ; 2)	(5 ; 3)	(5 ; 4)	(5 ; 5)	(5 ; 6)
6	(6 ; 1)	(6 ; 2)	(6 ; 3)	(6 ; 4)	(6 ; 5)	(6 ; 6)

2. Soit B l'événement : "Obtenir deux chiffres identiques".
   $\mathscr{P}(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.
3. Soit B l'événement : "Obtenir une somme égale à 7".

Rouge \ Bleu	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

   Ainsi, $\mathscr{P}(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.
4. Notons S le nombre de fois où la somme obtenue est supérieure ou égale à 8.

Rouge \ Bleu	1	2	3	4	5	6	S
1	2	3	4	5	6	7	0
2	3	4	5	6	7	8	1
3	4	5	6	7	8	9	2
4	5	6	7	8	9	10	3
5	6	7	8	9	10	11	4
6	7	8	9	10	11	12	5

   Soit C l'événement : "la somme obtenue est supérieure ou égale à 8".
   $\mathscr{P}(C) = \frac{1+2+3+4+5}{36} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$.

Exercice 7

Le baklava est une pâtisserie traditionnelle dans plusieurs pays comme la Bulgarie ou le Maroc. Il s'agit d'un dessert long à préparer, à base de pâte feuilletée, de miel, de noix ou de pistaches ou de noisettes, selon les régions. Dans un sachet non transparent, on a sept baklavas indiscernables au toucher portant les lettres du mot BAKLAVA.
On tire au hasard un gâteau dans ce sachet et on regarde la lettre inscrite sur le gâteau.

1. Les issues possibles de cette expérience sont : A B K L V

Exercice 7 : suite

2. Déterminer les probabilités suivantes :

   (a) Soit A l' événement :
   « La lettre tirée est un L ».
   $P(A) = \frac{1}{7}$.

   (b) Soit B l'événement :
   « La lettre tirée est un A ».
   $P(B) = \frac{3}{7}$. Soit $\bar{B}$ l'événement contraire de l'événement B.
   Ainsi, $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$.

B A K L A V A

3. Soit C l' événement : « Piocher un gâteau à base de noix ».
   $P(C) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.
   Soit D l' événement : « Piocher un gâteau à base de noisettes ».
   $P(C) = \frac{4}{9}$.
   Or, $\frac{4}{9} > \frac{1}{3}$. Donc, Laura n'a pas raison.

Exercice 8

```
Quand [drapeau] est cliqué
demander (Choisir un nombre) et attendre
mettre N à (réponse)
mettre N à (N + 7)
mettre N à (N * 3)
mettre N à (N * N)
dire (regroupe (Le résultat est) (N)) pendant (2) secondes
```

x
$x + 7$
$3(x+7)$
$9(x+7)^2$
Quand $x = 3$, le résultat final obtenu est :
$9 \times (3+7)^2 = 9 \times 100 = 900$.