Corrigé : Devoir Surveillé n°10

Exercice 1

Soient les fonctions f, g et h définies par : $f(x) = 6x \qquad g(x) = 3x^2 - 9x - 7 \qquad$ et $\qquad h(x) = 5x - 7$.
À l'aide d'un tableur, Pauline a construit un tableau de valeurs de ces fonctions.
Elle a étiré vers la droite les formules qu'elle avait saisies dans les cellules B2, B3 et B4.

B3		$= 3 * \text{B1} * \text{B1} - 9 * \text{B1} - 7$						
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	$f(x) = 6x$	-18	-12	-6	0	6	12	18
3	$g(x) = 3x^2 - 9x - 7$	47	23	5	-7	-13	-13	-7
4	$h(x) = 5x - 7$	-22	-17	-12	-7	-2	3	8

1. Selon le tableur, $h(-2) = -17$.
2. $g(-3) = 3 \times (-3)^2 - 9 \times (-3) - 7 = 3 \times 9 - 9 \times (-3) - 7 = 27 + 27 - 7 = 47$.
3. 47 est l'image de -3 par la fonction g.
   -3 est l'antécédent de 47 par la fonction g.
4. Pauline a saisi dans la cellule B4, la formule suivante : $= 5 * B1 - 7$.
5. (a) Selon le tableau ci-dessus 0 est une solution de l'équation suivante : $3x^2 - 9x - 7 = 5x - 7$.
   (b) Cette équation admet une autre solution, en effet :

$$\begin{aligned}
3x^2 - 9x - 7 &= 5x - 7 \\
3x^2 - 9x - \cancel{7} + \cancel{7} &= 5x - \cancel{7} + \cancel{7} \\
3x^2 - 9x - 5x &= \cancel{5x} - \cancel{5x} \\
3x^2 - 14x &= 0 \\
3x \times x - 14 \times x &= 0 \\
x(3x - 14) &= 0.
\end{aligned}$$

Ainsi, $\dfrac{14}{3}$ est la deuxième solution de cette équation.

Exercice 2

1. La décomposition de 1 484 est donnée par :

1 484	2
742	2
371	7
53	53
1	

Donc : $1484 = 2^2 \times 7 \times 53$.

La décomposition de 1 060 en produit de facteurs premiers, est donnée par :

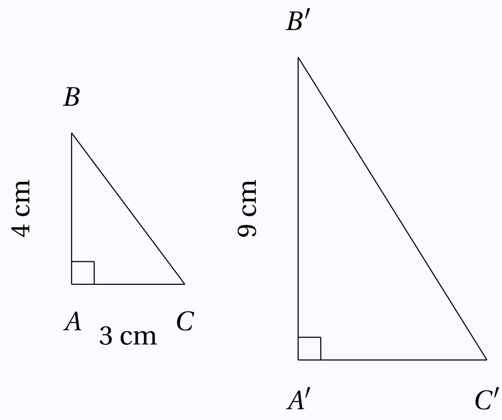
1 060	2
530	2
265	5
53	53
1	

Donc : $1060 = 2^2 \times 5 \times 53$.

2. On remarque que :
   $1484 = 2^2 \times 7 \times 53 = 2 \times 7 \times \boxed{2 \times 53} = 14 \times \boxed{106}$.
   $1060 = 2^2 \times 5 \times 53 = 2 \times 5 \times \boxed{2 \times 53} = 10 \times \boxed{106}$.
   Le jardinier pourra donc planter 14 rosiers en longueur et 10 rosiers en Largeur espacés de 106 cm. Soit 52 rosiers au total. En effet, $14 \times 2 + 10 \times 2 + 4 = 52$.

Exercice 3

La figure n'est pas à l'échelle. Le triangle $A'B'C'$ est l'image du triangle ABC par une homothétie.



1. ABC est un triangle rectangle alors d'après le théorème de Pythagore, nous avons :
   $BC^2 = AB^2 + AC^2$
   $BC^2 = 4^2 + 3^2$
   $BC^2 = 16 + 9$
   $BC^2 = 25$
   Ainsi, $BC = \sqrt{25} = 5$ cm.
2. Le centre de l'homothétie est le point d'intersection des deux droites (AA') et (BB'), à titre d'exemple.
3. Dans le triangle ABC rectangle en A, nous avons :
   $\tan(\widehat{ACB}) = \dfrac{opp}{adj} = \dfrac{4}{3}$.
   Ainsi, $\widehat{ACB} = \tan^{-1}\left(\dfrac{4}{3}\right) \approx 53^{\circ}$.

   Par ailleurs, l'angle $\widehat{A'C'B'}$ est l'image de $\widehat{ACB}$ par une homthétie, donc $\widehat{A'C'B'} = \widehat{ACB} \approx 53^{\circ}$, car l'homothétie conserve les mesures d'angles.
4. Le traingle $A'B'C'$ est l'image du triangle ABC par une homothétie. Or, l'homothétie conserve les mesures d'angles donc les deux triangles $A'B'C'$ et ABC ont deux à deux des angles de même mesure, ils sont donc semblables.
5. Le segment $[A'C']$ est l'image du segment $[AC]$ par l'homothétie de rapport $\dfrac{9}{4}$. Ainsi,
   $A'C' = \dfrac{9}{4} \times 3 = \dfrac{27}{4} = 6,75$ cm.
6. Soient $\mathscr{A}$ l'aire du triangle ABC et $\mathscr{A}'$ l'aire du triangle $A'B'C'$. Ainsi,

$$\begin{aligned}
\mathscr{A} &= \frac{AB \times AC}{2} \\
&= \frac{4 \times 3}{2} \\
&= \frac{12}{2} \\
&= 6\ cm^2.
\end{aligned}$$

   Étant donné que le triangle $A'B'C'$ est l'image de du triangle ABC par une homothétie de rapport $\dfrac{9}{4}$, $A'B'C'$ est un agrandissement du triangle ABC de coefficient $\dfrac{9}{4}$. Par conséquent,

$$\begin{aligned}
\mathscr{A}' &= \left(\frac{9}{4}\right)^2 \times \mathscr{A} \\
&= \frac{81}{16} \times 6 \\
&= \frac{486}{16} \\
&= 30,375\ cm^2.
\end{aligned}$$

Exercice 4

Le premier script permet de tracer un carré de côté 50 unités et le deuxième script permet de tracer un triangle équilatéral.

```
quand [drapeau] est cliqué
sorienter à (90 ▽)
stylo en position décriture
répéter (4) fois
    avancer de (50)
    tourner ↺ de (90) degrés
```

```
quand [drapeau] est cliqué
sorienter à (90 ▽)
stylo en position décriture
répéter (3) fois
    avancer de (80)
    tourner ↺ de (120) degrés
```

1. Voir ci-dessus le deuxième script complété.
2. Le script ci-dessous permet de tracer la figure 2.

```
quand [drapeau] est cliqué
sorienter à (90 ▽)
mettre [longueur ▽] à (40)
stylo en position décriture
répéter (12) fois
    avancer de [longueur ▽]
    tourner ↺ de (90) degrés
    ajouter à [longueur ▽] (10)
```

Figure 1

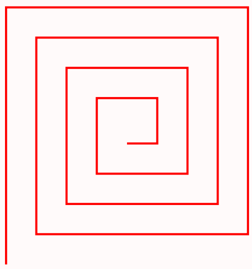


Figure 2

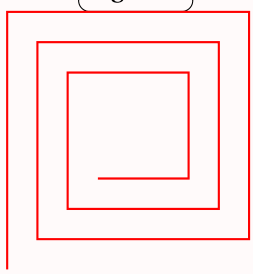


Figure 3