Corrigé : Devoir Surveillé n°1

Exercice 0

$$\begin{aligned} C &= \frac{2}{3} - \frac{1}{6} \times \frac{3}{2} \\ &= \frac{2}{3} - \frac{3}{12} \\ &= \frac{2\times 4}{3\times 4} - \frac{3}{12} \\ &= \frac{8}{12} - \frac{3}{12} \\ &= \frac{5}{12}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{3}{4} - \frac{3}{2}\right) \\ &= \left(\frac{1\times 3}{4\times 3} - \frac{1\times 4}{3\times 4}\right) \times \left(\frac{3}{4} - \frac{3\times 2}{2\times 2}\right) \\ &= \left(\frac{3}{12} - \frac{4}{12}\right) \times \left(\frac{3}{4} - \frac{6}{4}\right) \\ &= \frac{-1}{12} \times \frac{-3}{4} \\ &= \frac{3}{48} \\ &= \frac{1}{16}. \end{aligned}$$

Exercice 1

$$\begin{aligned} A &= \frac{4\times 10^{12} \times 9 \times 10^{-5}}{1{,}2 \times 10^{2}} \\ &= \frac{4\times 9}{1{,}2} \times \frac{10^{12}\times 10^{-5}}{10^{2}} \\ &= \frac{36}{1{,}2} \times \frac{10^{12+(-5)}}{10^{2}} \\ &= 30 \times \frac{10^{7}}{10^{2}} \\ &= 30 \times 10^{7-2} \\ &= 3 \times 10 \times 10^{5} \\ &= 3 \times 10^{6}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{4\times 7^{3} + 2^{5} \times 3}{4^{3} - 3^{4}} \\ &= \frac{4\times 343 + 32\times 3}{64 - 81} \\ &= \frac{1\,372 + 96}{-17} \\ &= \frac{1\,468}{-17}. \end{aligned}$$

Exercice 2

Développer et réduire :

$$\begin{aligned} S &= (x+3)(x+4) \\ &= x\times x + x\times 4 + 3\times x + 3\times 4 \\ &= x^{2} + 4x + 3x + 12 \\ &= x^{2} + 7x + 12. \end{aligned}$$

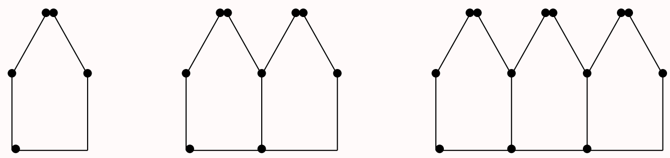
$$\begin{aligned} H &= (2x-1)(3x+5) \\ &= 2x\times 3x + 2x\times 5 + (-1)\times 3x + (-1)\times 5 \\ &= 6x^{2} + 10x - 3x - 5 \\ &= 6x^{2} + 7x - 5. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T &= 1 - 2(x+4) \\ &= 1 - 2\times x - 2\times 4 \\ &= 1 - 2x - 8 \\ &= -2x - 7. \end{aligned}$$

Exercice 3

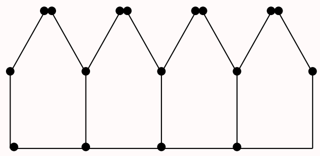
On remarque que les allumettes sont constituées en suivant une disposition bien particulière qui peut être lue comme suit :

Étape 1 *Étape 2* *Étape 3*



$1+4\times1=5$ $1+4\times2=9$ $1+4\times3=13$

1. L'étape 4 :

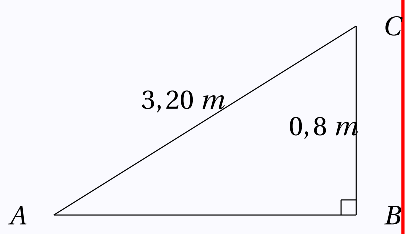


   Il faudra donc 17 allumettes à cette étape. En effet, $1+4\times4=17$.
2. À l'étape 24, il faudra 97 allumettes. En effet, $1+4\times24=1+96=97$.
   À l'étape 547, il faudra 2 189 allumettes. En effet, $1+4\times547=1+2\,188=2\,189$.
3. En suivant le même raisonnement des questions précédantes, on déduit qu'à l'étape n, il faudra $1+4\times n$ allumettes.

Exercice 4

La rampe de déchargement ci-contre a pour longueur 3,20 m et le plancher du véhicule est à 80 cm du sol.

Cette situation peut être représentée par la figure ci-contre.



ABC est un triangle rectangle en B, alors d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$\begin{array}{rcl} AC^2 & = & AB^2+BC^2 \\ 3,2^2 & = & 0,8^2+BC^2 \\ 10,24 & = & AB^2+0,64 \\ AB^2 & = & 10,24-0,64 \\ AB^2 & = & 9,6. \end{array}$$

Donc, $AB=\sqrt{9,6}\approx3,1$. Ainsi, il faudra disposer de plus 3,1 m au sol pour poser cette rampe.

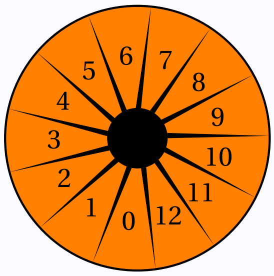
Exercice 5

1. Soit A l'événement : « Choisir un morceau de rap ».
   Il y a 125 morceaux de rap sur 375 dans le lecteur audio de Théo. Donc, $P(A)=\frac{125}{375}=\frac{1}{3}$.
2. Soit n le nombre de morceaux de rock dans le lecteur audio de Théo. Ainsi, la probabilité qu'il écoute du rock est égale à : $\frac{7}{15}=\frac{n}{375}$. Donc, $n=\frac{7\times375}{15}=7\times25=175$. Par conséquent, il y a 175 morceaux de rock dans le lecteur.
3. Le pourcentage de morceaux de rock dans le lecteur de Théo est égal à environ 47%. En effet, $\frac{175}{375}\approx0,47=47\%$.
   Or, $47\%>40\%$. Ainsi, c'est Théo qui a le plus de chances d'écouter un morceau de rock.

Exercice 6

On considère un jeu composé d'un plateau tournant et d'une boule. Représenté ci-contre, ce plateau comporte 13 cases numérotées de 0 à 12. On lance la boule sur le plateau, La boule finit par s'arrêter au hasard sur une case numérotée. La boule a la même probabilité de s'arrêter sur chaque case.

1. Soit A l'événement : « la boule s'arrête sur la case numérotée 8 ».
   Une seule case sur 13 porte le numéro 8. Donc, $P(A) = \frac{1}{13}$.
2. Soit B l'événement : « la boule s'arrête sur une case portant un nombre impair ».
   6 cases sur 13 portent des nombres impairs. Donc, $P(A) = \frac{6}{13}$.
3. Les deux événements élémentaires « la boule s'arrête sur la case numérotée 7 » et « la boule s'arrête sur la case numérotée 9 » ont la même probabilité. Ainsi, il y a autant de chances que la boule s'arrête sur la case numérotée 7 que sur la case numérotée 9.



Exercice 7

$1 \times 2 = 2$
$2 \times 2 = 4$
$4 \times 2 = 8$
$8 \times 2 = 16$
$16 \times 2 = 32$
$32 \times 2 = 64$
Ainsi, l'instruction de la boucle de cet algorithme s'exécute 6 fois.