

# BREVET BLANC N°2

Vendredi 19 avril 2019

Épreuve de :

## MATHÉMATIQUES

Collège François Mitterrand

Corrigé

Ce sujet comporte 5 pages . Dès qu'il vous est remis, assurez-vous que le sujet est complet.

L'utilisation de la calculatrice est autorisée (circulaire n°99 - 186 du 16 novembre 1999).

L'usage du dictionnaire n'est pas autorisé.

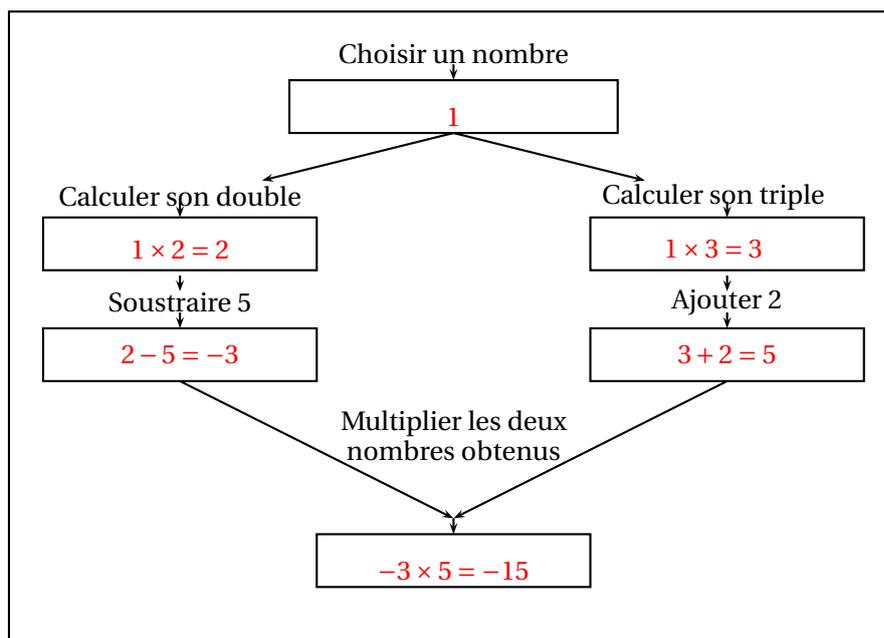
Tous les calculs doivent être détaillés et toutes les réponses justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.  
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche, elle sera prise en compte dans la notation.

Le sujet est constitué de huit exercices indépendants.  
Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

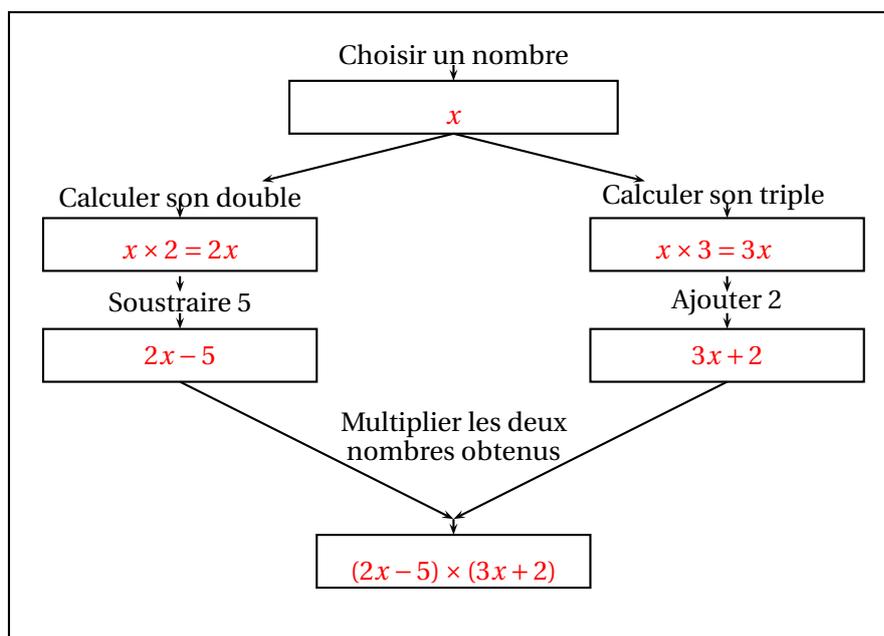
Exercice n°1	10 points
Exercice n°2	13 points
Exercice n°3	16 points
Exercice n°4	18 points
Exercice n°5	9 points
Exercice n°6	10 points
Exercice n°7	12 points
Exercice n°8	12 points

**Exercice 1 :** (10 points)

1. Si le nombre de départ est 1, montrer que le résultat obtenu est  $-15$ . (2 pts)



2. Si on choisit un nombre quelconque  $x$  comme nombre de départ, parmi les expressions suivantes, quelle est celle qui donne le résultat obtenu par le programme de calcul? 2 pts.



C'est donc B.

3. Lily prétend que l'expression  $D = (3x + 2)^2 - (x + 7)(3x + 2)$  donne les mêmes résultats que l'expression  $B$  pour toutes les valeurs de  $x$ . (6 pts)- 2 pts de moins en cas d'erreur liée au signe -.

$$D = (3x + 2)^2 - (x + 7)(3x + 2) = (3x + 2)(3x + 2) - (x + 7)(3x + 2) = (3x + 2)(3x + 2 - x - 7) = (3x + 2)(2x - 5).$$

L'affirmation de Lily est donc vraie.

**Exercice 2 :** (13 points)

Dans un laboratoire A, pour tester le vaccin contre la grippe de la saison hivernale prochaine, on a injecté la même souche de virus à 5 groupes comportant 29 souris chacun.

3 de ces groupes avaient été préalablement vaccinés contre ce virus.

Quelques jours plus tard, on remarque que :

- dans les 3 groupes de souris vaccinées, aucune souris n'est malade;
- dans chacun des groupes de souris non vaccinées, 23 souris ont développé la maladie.

1. (a) En détaillant les calculs, montrer que la proportion de souris malades lors de ce test est  $\frac{46}{145}$ .  
 Il y a 2 groupes de souris non vaccinées contenant chacun 23 souris ayant développé la maladie, soit  $2 \times 23 = 46$  (1 pt). Ainsi, la proportion de souris malades est égale à :  $\frac{46}{145}$ . (2 pts)
- (b) Justifier sans utiliser la calculatrice pourquoi on ne peut pas simplifier cette fraction.  
 Décomposons en produit de facteurs premiers les deux nombres entiers 46 et 145 :  $46 = 2 \times 23$  (1 pt) et  $145 = 5 \times 29$  (1 pt).  
 Ainsi, PGCD(46;145)=1 (1 pt). Par conséquent, la fraction  $\frac{46}{145}$  est irréductible.

**Donnée utile :** Le début de la liste ordonnée des nombres premiers est : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29.

Dans un laboratoire B on informe que  $\frac{140}{870}$  des souris ont été malades.

2. (a) Décomposer 140 et 870 en produit de nombres premiers.  
 Décomposons en produit de facteurs premiers les deux nombres entiers 140 et 870 :

140	2		870	2	
70	2		435	3	
35	5	Donc : $84 = 2^2 \times 5 \times 7$ . (2 pts)	145	5	Donc : $870 = 2 \times 3 \times 5 \times 29$ . (2 pts)
7	7		29	29	
1			1		

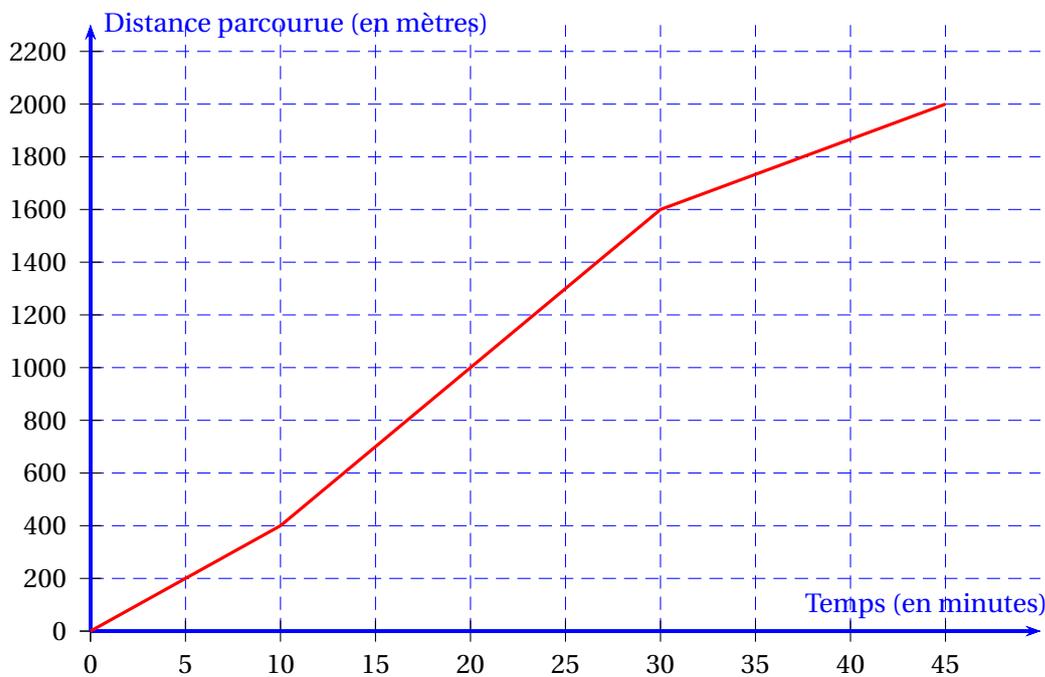
- (b) En déduire la forme irréductible de la proportion de souris malades dans le laboratoire B.

$$\frac{140}{870} = \frac{2 \times 2 \times 5 \times 7}{2 \times 3 \times 5 \times 29} = \frac{14}{87}. \text{ (2 pts)}$$

Ainsi, la forme irréductible de la proportion de souris malades dans le laboratoire B est  $\frac{14}{87}$ . (1 pt)

**Exercice 3 :** (14 points)

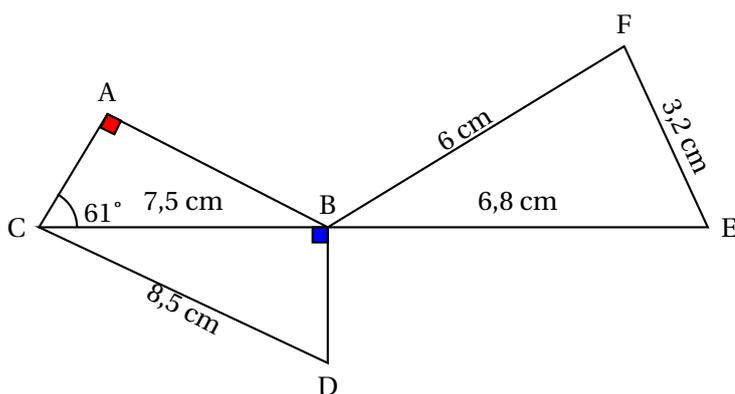
On étudie les performances de deux nageurs (nageur 1 et nageur 2). La distance parcourue par le nageur 1 en fonction du temps est donnée par le graphique ci-dessous.



1. Répondre aux questions suivantes par lecture graphique. Aucune justification n'est demandée.
- (a) Quelle est la distance totale parcourue lors de cette course par le nageur 1 ?  
 Le nageur 1 a parcouru 2 000 m en 45 minutes. (2 pts, 1 pt de moins en cas d'oublie d'unités ou de phrase)
- (b) En combien de temps le nageur 1 a-t-il parcouru les 200 premiers mètres ?  
 Selon la courbe, le nageur 1 a parcouru les 200 premiers mètres en 5 minutes. (2 pts, 1 pt de moins en cas d'oublie d'unités ou de phrase)

2. Y a-t-il proportionnalité entre la distance parcourue et le temps sur l'ensemble de la course? Justifier.  
 La distance parcourue n'est pas proportionnelle au temps, car la courbe n'est pas une droite qui passe par l'origine. (2 pts)
3. Montrer que la vitesse moyenne du nageur 1 sur l'ensemble de la course est d'environ 44 m/min.  
 Le nageur 1 a parcouru 2 000 m en 45 min. Or,  $V = \frac{d}{t} = \frac{2000}{45} \approx 44,4 \text{ m/min}$ . Soit une vitesse d'environ 44 m/min à l'unité près. (2 pts, dont 1 pt sur la formule)
4. On suppose maintenant que le nageur 2 progresse à vitesse constante.  
 La fonction  $f$  définie par  $f(x) = 50x$  représente la distance qu'il parcourt en fonction du temps  $x$ .
- (a) Calculer l'image de 10 par  $f$ .  
 $f(10) = 50 \times 10 = 500$ . (2 pts dont 1 pt sur les calculs)
- (b) Calculer  $f(30)$ .  
 $f(30) = 50 \times 30 = 1500$ . (2 pts dont 1 pt sur les calculs)
5. Les nageurs 1 et 2 sont partis en même temps,
- (a) Lequel est en tête au bout de 10 min? Justifier.  
 Au bout de 10 min, le nageur 1 a parcouru 400 m et le nageur 2,  $f(10) = 500$  m. Ainsi, le nageur 2 est en tête. (2 pts)
- (b) Lequel est en tête au bout de 30 min? Justifier.  
 Au bout de 30 min, le nageur 1 a parcouru 1 600 m et le nageur 2,  $f(30) = 1500$  m. Ainsi, le nageur 1 est en tête. (2 pts)

**Exercice 4 :** (18 points)



La figure ci-contre n'est pas représentée en vraie grandeur.

Les points C, B et E sont alignés.

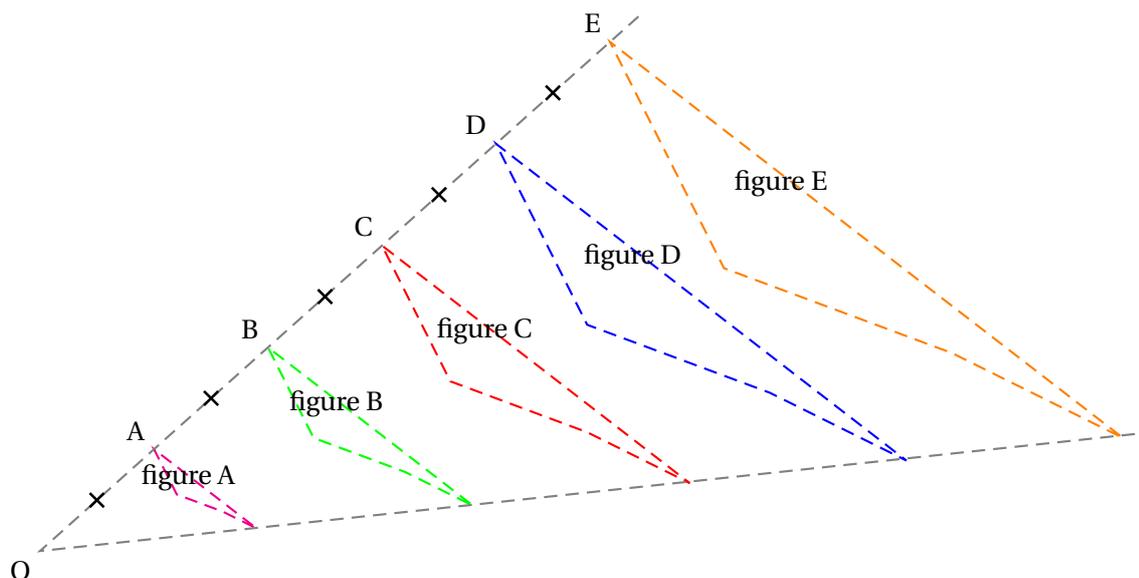
Le triangle ABC est rectangle en A.

Le triangle BDC est rectangle en B.

1. Montrer que la longueur BD est égale à 4 cm.  
 Le triangle CBD est rectangle en B, alors d'après le théorème de Pythagore, on a : (4 pts)  
 $CD^2 = DB^2 + CB^2$ , soit  $DB^2 = CD^2 - CB^2 = 8,5^2 - 7,5^2 = 16$ . Donc  $BD = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$ .
2. Montrer que les triangles CBD et BFE sont semblables.  
 Calculons les rapports des côtés homologues : (4 pts)  
 $\frac{BD}{BC} = \frac{6}{7,5} = 0,8$ ,  $\frac{EF}{BE} = \frac{3,2}{6,8} = 0,8$  et  $\frac{BE}{DC} = \frac{6,8}{8,5} = 0,8$ .  
 Dans les deux triangles CBD et BFE, les longueurs des côtés homologues sont proportionnelles.  
 Ces deux triangles sont donc semblables.
3. Sophie affirme que l'angle  $\widehat{BFE}$  est un angle droit. A-t-elle raison?  
 Vérifions que :  $BE^2 = BF^2 + FE^2$ . (4 pts)  
 D'une part,  $BE^2 = 6,8^2 = 46,24$ .  
 D'autre part,  $BF^2 + FE^2 = 36 + 10,24 = 46,24$ . L'égalité est vérifiée. Alors d'après la réciproque de Pythagore le triangle BEF est rectangle en F.  
 Sinon, il suffit de dire que : Les deux triangles CBD et BFE sont semblables, donc leurs angles sont deux à deux de même mesure. Ainsi,  $\widehat{CBD} = \widehat{BFE} = 90^\circ$ .
4. Max affirme que l'angle  $\widehat{ACD}$  est un angle droit. A-t-il raison?  
 Le triangle DCB est rectangle en B, alors : (6 pts)  
 $\cos(\widehat{DCB}) = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}} = \frac{CB}{CD} = \frac{7,5}{8,5} = \frac{75}{85} = \frac{15}{17}$ . Ainsi,  $\widehat{DCB} = \cos^{-1}\left(\frac{15}{17}\right) \approx 28^\circ$ .  
 Or :  $28 + 61 = 89 \neq 90$  : l'angle  $\widehat{ACD}$  n'est pas droit.

**Exercice 5 :** (12 points)

Avec un logiciel de géométrie dynamique, on a construit la figure A. En appliquant à la figure A des homothéties de centre O et de rapports différents, on a ensuite obtenu les autres figures.



1. Quel est le rapport de l'homothétie de centre O qui permet d'obtenir la figure C à partir de la figure A? Aucune justification n'est attendue.

Selon la figure,  $OC = 3OA$ , donc le rapport de l'homothétie de centre O qui transforme A en C est 3. (3 pts)

2. On applique l'homothétie de centre O et de rapport  $\frac{3}{5}$  à la figure E. Quelle figure obtient-on? Aucune justification n'est attendue.

La figure C est l'image de la figure E par l'homothétie de centre O et de rapport  $\frac{3}{5}$ . (3 pts)

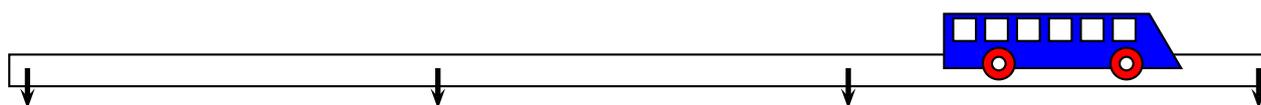
3. Quelle figure a une aire quatre fois plus grande que celle de la figure A?

Pour que l'aire soit quatre ( $2^2$ ) fois plus grande, il faut les longueurs soient deux fois plus grandes. Ainsi, c'est la figure B dont l'aire est quatre fois celle de la figure A. (3 pts dont 2 pts sur la justification.)

**Exercice 6 :** (12 points)

RouleEco est un projet de bus électrique qui relierait différents points stratégiques de la ville de Paris.

1. **Longueur de la ligne**



La distance moyenne entre deux stations est d'environ 450 mètres. Estimer la distance entre la station 1 et la station 4.

la distance entre la station 1 et la station 4 est estimée à :  $450 \times 3 = 1\,350$  m. (2 pts)

2. **Vitesse moyenne**

Le bus RouleEco mettrait 24 minutes pour effectuer un trajet de 9,9 km. Quelle serait sa vitesse moyenne en km/h?

On sait que :  $V = \frac{d}{t}$ .

Or,  $t = 24\text{min} = \frac{24}{60}h = 0,4 h$ . (4 pts)

Ainsi,  $V = \frac{9,9}{0,4} = 24,75$  km/h.

3. **Tarif**

Actuellement, un ticket de bus coûte 2 €. Le ticket de bus RouleEco coûterait 40 % plus cher. Quel serait le prix du ticket de bus RouleEco?

Le Prix d'un ticket de bus RouleEco, s'élève à :  $2 + 2 \times 0,4 = 2,8$  €. (4 pts)

**Exercice 7 :** (12 points)

On demande à quinze élèves d'une classe A et à dix élèves d'une classe B de compter le nombre de SMS qu'ils envoient pendant un week-end. Le lundi on récupère les résultats dans un tableur.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
1	Classe	Nombre de SMS envoyés par élève dans le week-end															Moy.	Méd.
2	A	0	0	0	0	0	5	7	12	15	15	16	18	21	34	67		
3	B	0	1	1	2	11	17	18	18	20	32						12	14

- Calculer le nombre moyen et le nombre médian de SMS envoyés pendant le week-end par ces élèves de la classe A.

Nombre moyen de SMS envoyés dans la classe A est égal à :  $\frac{5+7+12+15+15+16+18+21+34+67}{15} = \frac{210}{15} = \frac{70}{5} = 14$ . (3 pts)

Il y a 15 données. Or,  $\frac{15+1}{2} = 0$ . Ainsi, la médiane est donc la 8<sup>e</sup> valeur dans l'ordre croissant, soit 12. (2 pts)

- Quelles formules ont pu être écrites dans les cellules Q3 et R3 du tableur? par ces élèves de la classe A.

La formule saisie dans la cellule Q3 est : =MOYENNE(B3 :K3) ou bien =SOMME(B3 :K3)/10. (2 pts)

La formule saisie dans la cellule R3 est : =(F3+G3)/2. (2 pts)

- Calculer le nombre moyen de SMS envoyés pendant le week-end par ces 25 élèves des classes A et B.

Le nombre moyen de SMS envoyés pendant le week-end par les 25 élèves est égal à :

$$\frac{15 \times 14 + 10 \times 12}{10 + 15} = \frac{210 + 120}{25} = \frac{330}{25} = 13,2$$
. (3 pts)

### Exercice 8 : (10 points)

Sam a écrit le programme ci-dessous qui permet de tracer un rectangle comme ci-contre. Ce programme comporte deux variables (Longueur) et (Largeur) qui représentent les di-

mensions du rectangle. On rappelle que l'instruction que l'on s'oriente vers la droite.

s'orienter à 90° degrés

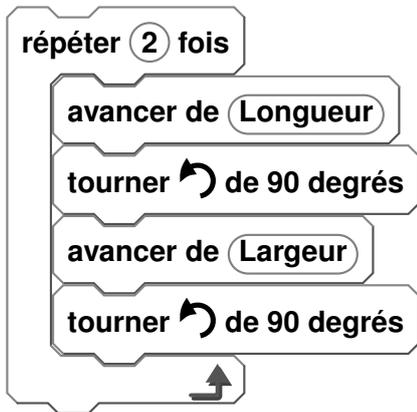
signifie

Départ



Script	bloc rectangle
<p>Quand  est cliqué</p> <p>effacer tout</p> <p>mettre Longueur à 50</p> <p>mettre Largeur à 30</p> <p>aller à x : 0 y : 0</p> <p>s'orienter à 90°</p> <p>rectangle</p>	<p>définir rectangle</p> <p>stylo en position d'écriture</p> <p>répéter ... fois</p> <p>avancer de .....</p> <p>tourner  de ... degrés</p> <p>avancer de .....</p> <p>tourner  de ... degrés</p> <p></p>

- Compléter le bloc rectangle ci-dessus avec des nombres et des variables pour que le script fonctionne. On recopiera et on complétera uniquement la boucle répéter sur sa copie. (5 pts)



2. Lorsque l'on exécute le programme, quelles sont les coordonnées du point d'arrivée et dans quelle direction est-on orienté?

Les coordonnées sont celles du point de départ et l'orientation vers la droite, soit à 90°. (2 pts)

3. Sam a modifié son script pour tracer également l'image du rectangle par l'homothétie de centre le point de coordonnées (0; 0) et de rapport 1,3.

(a) Compléter le nouveau script de Sam donné ci-contre afin d'obtenir la figure ci-dessous. On recopiera et on complètera sur sa copie les lignes 9 et 10 ainsi que l'instruction manquante en ligne 11. (3 pts)



Départ

b. Sam exécute son script. Quelles sont les nouvelles valeurs des variables Longueur et Largeur à la fin de l'exécution du script?

Après l'exécution du programme, la longueur est de  $50 \times 1,3 = 65$  pixels et la largeur est égale à  $30 \times 1,3 = 39$  pixels. (2 pts)