Corrigé : Devoir Maison n°7

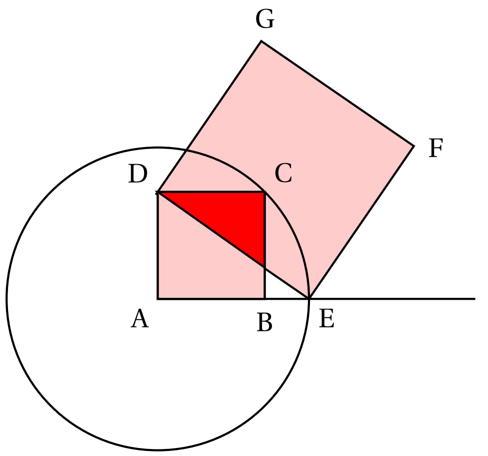
Exercice 1

Si je calcule $13^1 = 13$, je constate que le chiffre des unités est 3.
Si je calcule $13^2 = 169$, je constate que le chiffre des unités est 9.
Si je calcule $13^3 = 2\,197$, je constate que le chiffre des unités est 7.
Si je calcule $13^4 = 28\,561$, je constate que le chiffre des unités est 1.
Si je calcule $13^5 = 371\,293$, je constate que le chiffre des unités est 3.
Si je calcule $13^6 = 4\,826\,809$, je constate que le chiffre des unités est 9.
Si je calcule $13^7 = 62\,748\,517$, je constate que le chiffre des unités est 7.
Si je calcule $13^8 = 815\,730\,721$, je constate que le chiffre des unités est 1.
Je remarque que les chiffres des unités des puissances de 13 sont périodiques (périodique signifie se répète selon un cycle bien particulier).
Autrement dit, quand la puissance de 13 est un multiple de 4, le chiffre des unités est 1.
Quand le reste de la division euclidienne de la puissance, de 13, par 4 est 1 le chiffre des unités est 3.
Quand le reste de la division euclidienne de la puissance, de 13, par 4 est 2 le chiffre des unités est 9.
Quand le reste de la division euclidienne de la puissance, de 13, par 4 est 3 le chiffre des unités est 7.

Et comme 2012 est un multiple 4, alors le chiffre des unités de 13^{2012} est 1.

Exercice 2

1. En suivant le programme de construction, on obtient la figure ci-dessous à l'échelle avec AB = 3 cm.



2. Dans cette question, AB = 10 cm.

   (a) ABC est un triangle rectangle en B alors d'après le théorème de Pythagore, nous avons :
   $AC^2 = AB^2 + BC^2$
   $AC^2 = 10^2 + 10^2$
   $AC^2 = 100 + 100$
   $AC^2 = 200$.
   Ainsi, $AC = \sqrt{200}$ cm.

   (b) $[AE]$ et $[AC]$ ont la même longueur, car ce sont des rayons du cercle de centre A. Ainsi, AE $= \sqrt{200}$ cm.

   (c) Pour calculer l'aire du carré DEFG, il faut d'abord calculer DE.
   ADE est un triangle rectangle en A alors d'après le théorème de Pythagore, nous avons :
   $DE^2 = AD^2 + AE^2$
   $DE^2 = 10^2 + 200$
   $DE^2 = 100 + 200$
   $DE^2 = 300$.
   Donc, $DE = \sqrt{300}$ cm. Ainsi, l'aire du carré DEFG est égale à :
   $DE^2 = \sqrt{300} \times \sqrt{300} = 300$ cm^2.
   Et comme l'aire du carré ABCD est égale à $AB^2 = 100$ cm^2, on peut conclure que l'aire du carrée DEFG est égale au triple du carré ABCD.

3. On sait que pour n'importe quelle longueur du côté [AB], l'aire du carré DEFG est égale toujours le triple de l'aire du carré ABCD.
   Ainsi, si l'aire du carré DEFG est égale 48 cm^2, alors l'aire du carré ABCD est égale à $\dfrac{48}{3}$, soit 16 cm^2. Par conséquent $AB = 4$ cm.