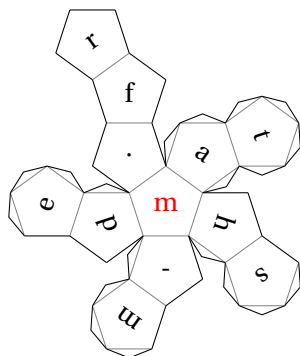
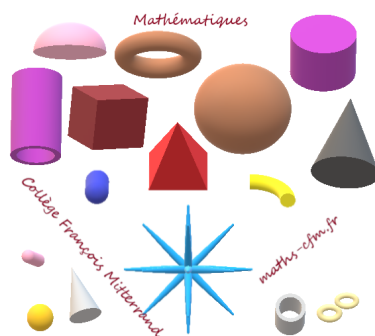


Sujets du Brevet

2020-2021



MATHÉMATIQUES



Collège François Mitterrand

EXERCICE 1

26 points

Pour chacune des six affirmations suivantes, indiquer sur la copie, si elle est vraie ou fausse.

On rappelle que chaque réponse doit être justifiée.

1. On considère la fonction f définie par $f(x) = 3x - 7$

Affirmation n° 1 : « L'image par f du nombre -1 est 2 ».

2. On considère l'expression $E = (x - 5)(x + 1)$.

Affirmation n° 2 : « L'expression E a pour forme développée et réduite $x^2 - 4x - 5$ ».

3. n est un nombre entier positif.

Affirmation n° 3 : « lorsque n est égal à 5 , le nombre $2^n + 1$ est un nombre premier ».

4. On a lancé 15 fois un dé à six faces numérotées de 1 à 6 et on a noté les fréquences d'apparition dans le tableau ci-dessous :

Numéro de la face apparente	1	2	3	4	5	6
Fréquence d'apparition	$\frac{3}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{5}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$...

Affirmation n° 4 : « la fréquence d'apparition du 6 est 0 ».

5. On considère un triangle RAS rectangle en S .

Le côté $[AS]$ mesure 80 cm et l'angle \widehat{ARS} mesure 26° .

Affirmation n° 5 : le segment $[RS]$ mesure environ 164 cm.

6. Un rectangle $ABCD$ a pour longueur 160 cm et pour largeur 95 cm.

Affirmation n° 6 : les diagonales de ce rectangle mesurent exactement 186 cm.

EXERCICE 2

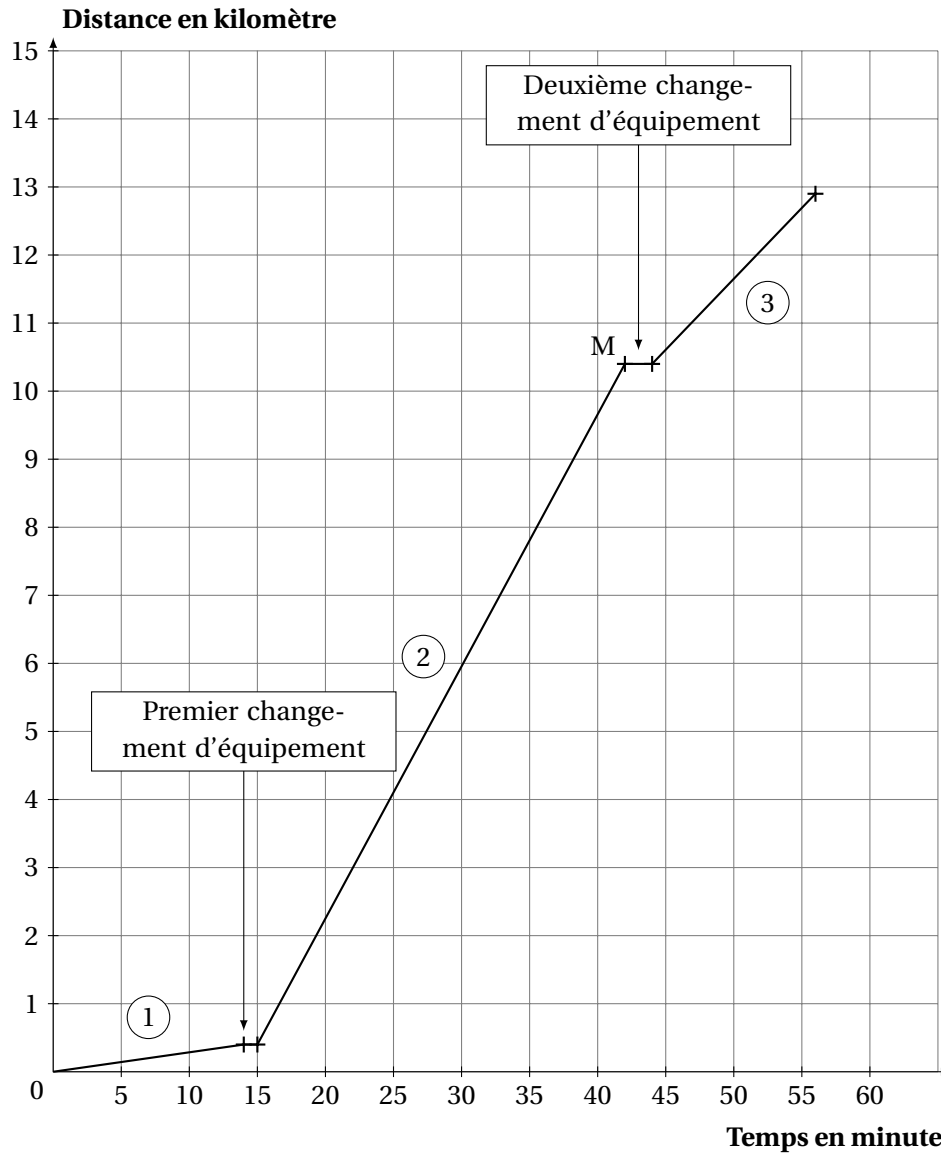
21 points

Une athlète a réalisé un triathlon d'une longueur totale de $12,9$ kilomètres. Les trois épreuves se déroulent dans l'ordre suivant :

Épreuve (1) : Natation Distance = 400 m	Épreuve (2) : Cyclisme	Épreuve (3) : Course à pied. Distance = $2,5$ km
---	---------------------------	--

Entre deux épreuves, l'athlète doit effectuer sur place un changement d'équipement.

Le graphique ci-dessous représente la distance parcourue (exprimée en kilomètre) par l'athlète, en fonction du temps de parcours (exprimé en minute) de l'athlète pendant son triathlon.



Le point M a pour abscisse 42 et pour ordonnée 10,4.

À l'aide du tableau ci-dessus ou par lecture du graphique ci-dessus avec la précision qu'il permet, répondre aux questions suivantes, en justifiant la démarche.

1. Au bout de combien de temps lathlète s'est-elle arrêtée pour effectuer son premier changement d'équipement?
2. Quelle est la longueur, exprimée en kilomètre, du parcours de l'épreuve de cyclisme?
3. En combien de temps lathlète a-t-elle effectué l'épreuve de course à pied?
4. Parmi les trois épreuves, pendant laquelle lathlète a été la moins rapide?
5. On considère que les changements d'équipement entre les épreuves font partie du triathlon.
La vitesse moyenne de lathlète sur l'ensemble du triathlon est-elle supérieure à 14 km/h?

EXERCICE 3

16 points

Dans cet exercice, aucune justification n'est demandée.

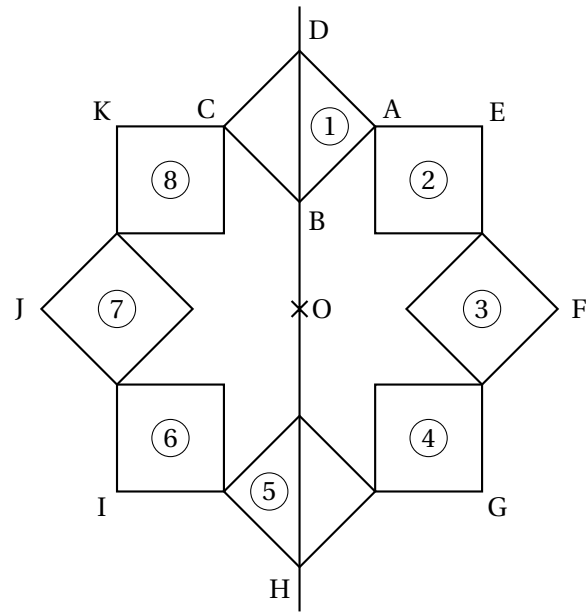
On a construit un carré ABCD.

On a construit le point O sur la droite (DB), à l'extérieur du segment [DB] et tel que : $OB = AB$.

Le point H est le symétrique de D par rapport à O.

On a obtenu la figure ci-contre en utilisant plusieurs fois la même rotation de centre O et d'angle 45° .

La figure obtenue est symétrique par rapport à laxe (DB) et par rapport au point O.



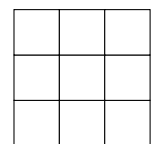
1. Donner deux carrés différents, images l'un de l'autre par la symétrie axiale daxe (DB).
2. Le carré ③ est-il l'image du carré ⑧ par la symétrie centrale de centre O?
3. On considère la rotation de centre O qui transforme le carré ① en le carré ②.
Quelle est l'image du carré ⑧ par cette rotation?
4. On considère la rotation de centre O qui transforme le carré ② en le carré ⑤.
Préciser l'image du segment [EF] par cette rotation.

EXERCICE 4

16 points

Dans cet exercice, aucune justification n'est demandée.

On dispose d'un tableau carré ci-contre partagé en neuf cases blanches de mêmes dimensions qui constituent un motif.



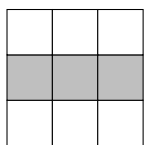
Quatre instructions A, B, C et E permettent de changer l'aspect de certaines cases, lorsqu'on applique ces instructions. Ainsi :

Instruction	Descriptif	Effet de l'instruction
A	La case centrale du motif est noircie.	
B	Dans le motif, la case en bas à gauche et la case en haut à droite sont noircies.	
C	Dans le motif, la case médiane à gauche et la case médiane à droite sont noircies.	
E	Les couleurs du motif sont inversées : les cases blanches deviennent noires et les cases noires deviennent blanches.	Inverser les couleurs

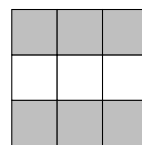
Remarque : si une case du motif est déjà noire et une instruction demande de la noircir, alors cette case ne change pas de couleur et reste noire à la suite de cette instruction.

Exemples : à partir d'un motif dont toutes les cases sont blanches :

la suite d'instructions A C permet d'obtenir ce motif



la suite d'instructions A C E permet d'obtenir ce motif



Pour chacune des questions suivantes, on dispose au départ d'un motif dont toutes les cases sont blanches.

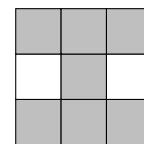
1. Représenter le motif obtenu avec la suite d'instructions A B.
2. Parmi les quatre propositions suivantes, deux propositions permettent d'obtenir le motif ci-contre. Lesquelles?

Proposition n° 1 : A B C

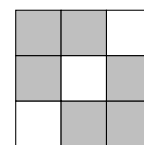
Proposition n° 3 : B C E C

Proposition n° 2 : C E

Proposition n° 4 : C A E A



3. Donner une suite d'instructions qui permet d'obtenir le motif ci-contre.

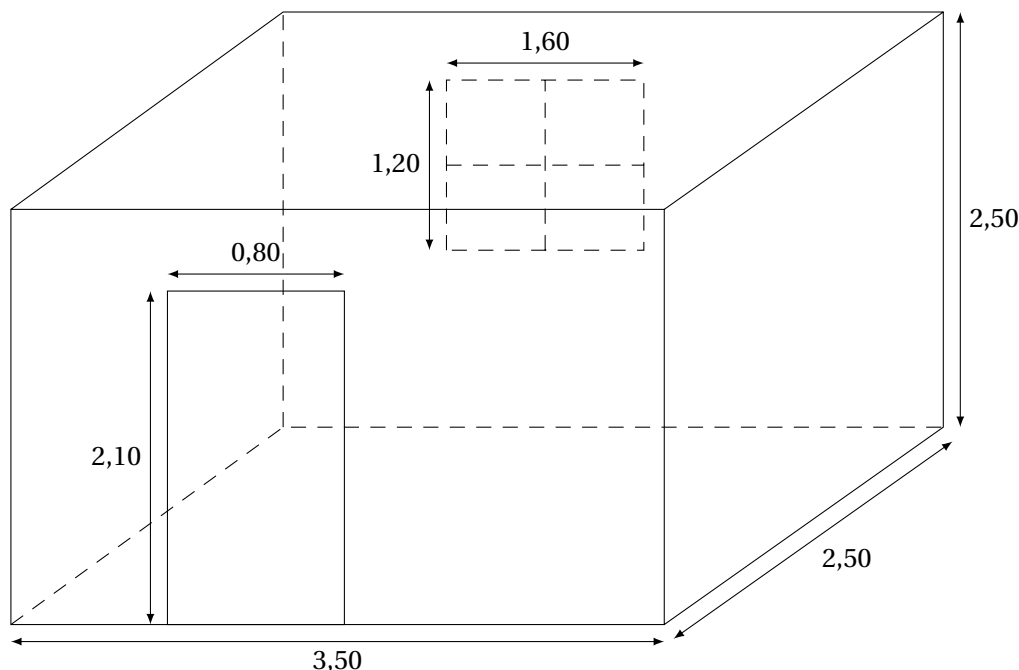


EXERCICE 5

21 points

On souhaite rénover une salle de bain qui a la forme d'un parallélépipède rectangle. Il faut coller du papier peint sur les quatre murs. On ne colle pas sur la porte, ni sur la fenêtre.

Voici un schéma de la salle de bain, les dimensions sont exprimées en mètre :



On dispose des informations suivantes :

Prix du papier peint :

- le papier peint est vendu au rouleau entier ;
- un rouleau coûte 16,95 € ;
- un rouleau permet de recouvrir 5,3 m².

Conseil du vendeur :

prévoir 1 rouleau de papier peint en plus afin de compenser les pertes liées aux découpes.

Prix de la colle :

- la colle est vendue au pot entier ;
- un pot a une masse de 0,2 kg ;
- un pot coûte 5,70 €.

Conseil du vendeur :

compter 1 pot de colle pour 4 rouleaux de papier peint.

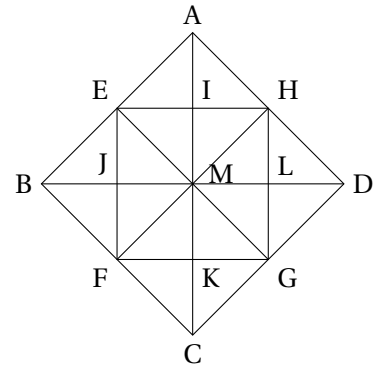
1. Montrer que la surface à recouvrir de papier peint est de $26,4 \text{ m}^2$.
2. Calculer le prix, en euro, d'un mètre carré de papier peint. Arrondir au centime d'euro.
3. Si on suit les conseils du vendeur, combien coûtera la rénovation de la salle de bain ?
4. Le jour de l'achat, une remise de 8 % est accordée.
Quel est le prix à payer après remise ? Arrondir au centime d'euro.

EXERCICE 1

24 points

Dans cet exercice, chaque question est indépendante. Aucune justification n'est demandée.

1. Décomposer 360 en produit de facteurs premiers.
2. À partir du triangle BEJ, rectangle isocèle en J, on a obtenu par pavage la figure ci-contre.
 - (a) Quelle est l'image du triangle BEJ par la symétrie d'axe (BD)?
 - (b) Quelle est l'image du triangle AMH par la translation qui transforme le point E en B?
 - (c) Par quelle transformation passe-t-on du triangle AIH au triangle AMD?



3. Calculer en détaillant les étapes :

$$\frac{7}{2} + \frac{15}{6} \times \frac{7}{25}$$

On donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

4. Pour cette question, on indiquera sur la copie l'unique bonne réponse. Sachant que le diamètre de la Lune est d'environ 3 474 km, la valeur qui approche le mieux son volume est :

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
$12,3 \times 10^{17} \text{ km}^3$	$1\,456\,610 \text{ km}^3$	$1,8 \times 10^{11} \text{ km}^3$	$2,2 \times 10^{10} \text{ km}^3$

5. On considère un triangle RST rectangle en S. Compléter le tableau donné en ANNEXE à rendre avec la copie. On arrondira la valeur des angles à l'unité.

EXERCICE 2

21 points

Partie 1

Dans cette première partie, on lance un dé bien équilibré à six faces numérotées de 1 à 6, puis on note le numéro de la face du dessus.

1. Donner sans justification les issues possibles.
2. Quelle est la probabilité de l'évènement A : " On obtient 2 " ?
3. Quelle est la probabilité de l'évènement B : " On obtient un nombre impair " ?

Partie 2

Dans cette deuxième partie, on lance simultanément deux dés bien équilibrés à six faces, un rouge et un vert. On appelle \acute{z} la somme des numéros obtenus sur chaque dé.

1. Quelle est la probabilité de l'évènement C : " le score est 13 " ? Comment appelle-t-on un tel évènement?
2. Dans le tableau à double entrée donné en ANNEXE, on remplit chaque case avec la somme des numéros obtenus sur chaque dé.
 - (a) Compléter, sans justifier, le tableau donné en ANNEXE à rendre avec la copie.
 - (b) Donner la liste des scores possibles.

3. (a) Déterminer la probabilité de l'évènement D : \acute{n} le score est 10 \acute{z} .
- (b) Déterminer la probabilité de l'évènement E : \acute{n} le score est un multiple de 4 \acute{z} .
- (c) Démontrer que le score obtenu a autant de chance d'être un nombre premier qu'un nombre strictement plus grand que 7.

EXERCICE 3**16 points**

Un professeur propose à ses élèves trois programmes de calculs, dont deux sont réalisés avec un logiciel de programmation.

Programme A	Programme B
<pre> quand est cliqué demander choisir un nombre et attendre mettre nombre choisi à réponse mettre Valeur 1 à 1 + nombre choisi mettre Valeur 2 à 3 * Valeur 1 mettre résultat à Valeur 2 - 3 dire regrouper On obtient et résultat pendant 2 secondes </pre>	<pre> quand est cliqué demander choisir un nombre et attendre mettre nombre choisi à réponse mettre Valeur 1 à nombre choisi + 3 mettre Valeur 2 à nombre choisi - 5 mettre résultat à Valeur 1 * Valeur 2 dire regrouper On obtient et résultat pendant 2 secondes </pre>
<p>Programme C</p> <ul style="list-style-type: none"> • Choisir un nombre • Multiplier par 7 • Ajouter 3 • Soustraire le nombre de départ 	

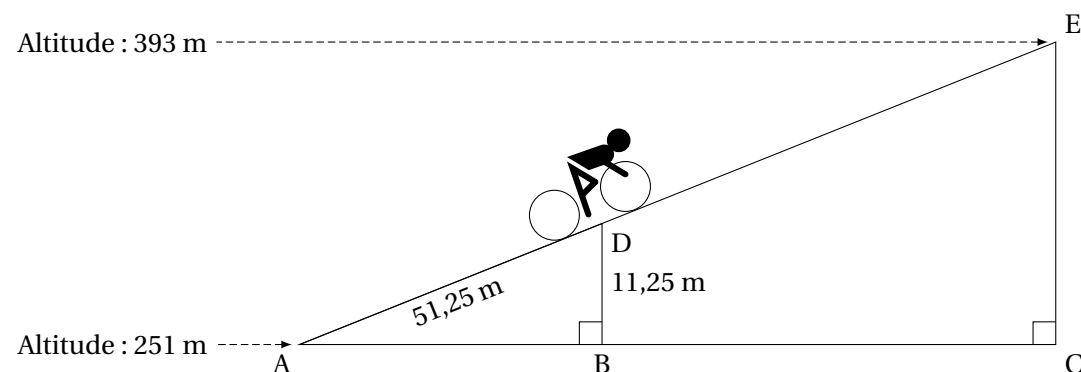
1. (a) Montrer que si on choisit 1 comme nombre de départ alors le programme A affiche pendant 2 secondes \acute{n} On obtient 3 \acute{z} .
- (b) Montrer que si on choisit 2 comme nombre de départ alors le programme B affiche pendant 2 secondes \acute{n} On obtient -15 \acute{z} .
2. Soit x le nombre de départ, quelle expression littérale obtient-on à la fin de l'exécution du programme C?
3. Un élève affirme qu'avec un des trois programmes on obtient toujours le triple du nombre choisi. A-t-il raison?
4. (a) Résoudre l'équation $(x + 3)(x - 5) = 0$.
- (b) Pour quelles valeurs de départ le programme B affiche-t-il \acute{n} On obtient 0 \acute{z} ?
5. Pour quelle(s) valeur(s) de départ le programme C affiche-t-il le même résultat que le programme A?

EXERCICE 4**19 points**

Aurélie fait du vélo en Angleterre au col de Hardknott.

Elle est partie d'une altitude de 251 mètres et arrivera au sommet à une altitude de 393 mètres.

Sur le schéma ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur, le point de départ est représenté par le point A et le sommet par le point E. Aurélie est actuellement au point D.



Les droites (AB) et (DB) sont perpendiculaires. Les droites (AC) et (CE) sont perpendiculaires. Les points A, D et E sont alignés. Les points A, B et C sont alignés.

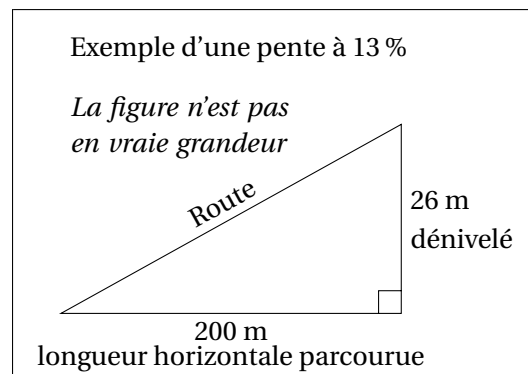
AD = 51,25 m et DB = 11,25 m.

- Justifier que le dénivelé qu'Aurélie aura effectué, c'est-à-dire la hauteur EC, est égal à 142 m.
- (a) Prouver que les droites (DB) et (EC) sont parallèles.
(b) Montrer que la distance qu'Aurélie doit encore parcourir, c'est-à-dire la longueur DE, est d'environ 596 m.
- On utilisera pour la longueur DE la valeur 596 m.
Sachant qu'Aurélie roule à une vitesse moyenne de 8 km/h, si elle part à 9 h 55 du point D, à quelle heure arrivera-t-elle au point E? Arrondir à la minute.
- La pente d'une route est obtenue par le calcul suivant :

$$\text{pente} = \frac{\text{dénivelé}}{\text{longueur horizontale parcourue}}$$

La pente s'exprime en pourcentage.

Démontrer que la pente de la route parcourue par Aurélie est de 22,5 %.



EXERCICE 5

20 points

Une station de ski propose à ses clients trois formules pour la saison d'hiver :

- Formule A : on paie 36,50 € par journée de ski.
- Formule B : on paie 90 € pour un abonnement à SkiPlus et pour la saison, puis 18,50 € par journée de ski.
- Formule C : on paie 448,50 € pour un abonnement à SkiTotal qui permet ensuite un accès gratuit à la station pendant toute la saison.

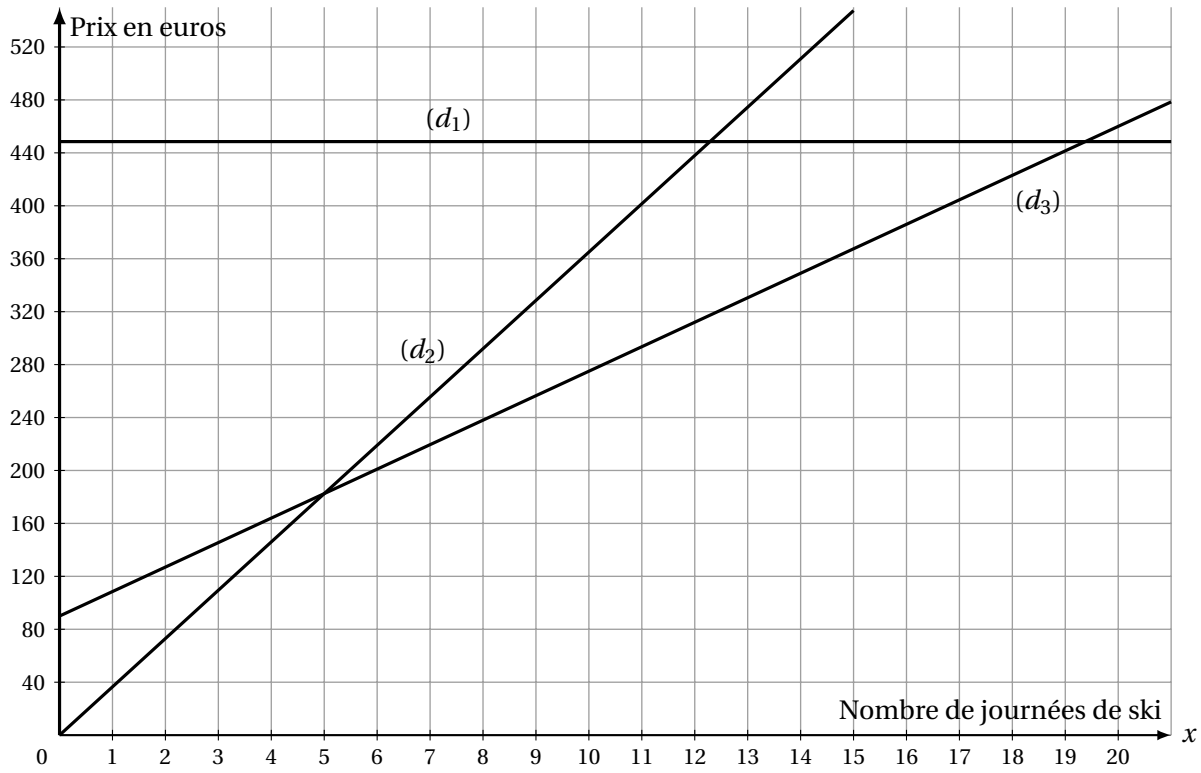
- Marin se demande quelle formule choisir cet hiver. Il réalise un tableau pour calculer le montant à payer pour chacune des formules en fonction du nombre de journées de ski. Compléter, sans justifier, le tableau fourni en ANNEXE à rendre avec la copie.
- Dans cette question, x désigne le nombre de journées de ski.
On considère les trois fonctions f , g et h définies par :

$$f(x) = 90 + 18,5x$$

$$g(x) = 448,5$$

$$h(x) = 36,5x$$

- Laquelle de ces trois fonctions représente une situation de proportionnalité?
 - Associer, sans justifier, chacune de ces fonctions à la formule A, B ou C correspondante.
 - Calculer le nombre de journées de ski pour lequel le montant à payer avec les formules A et B est identique.
- On a représenté graphiquement les trois fonctions dans le graphique ci dessous.
Sans justifier et à l'aide du graphique :
 - Associer chaque représentation graphique (d_1), (d_2) et (d_3) à la fonction f , g ou h correspondante.
 - Déterminer le nombre maximum de journées pendant lesquelles Marin peut skier avec un budget de 320 €, en choisissant la formule la plus avantageuse.
 - Déterminer à partir de combien de journées de ski il devient avantageux de choisir la formule C.



ANNEXE à rendre avec la copie

Exercice 1, question 5 :

Longueurs	Angles	Périmètre du triangle RST	Aire du triangle RST
RS = 10 mm	$\widehat{RST} = 90^\circ$	$\mathcal{P} =$	$\mathcal{A} =$
ST = 24 mm	$\widehat{STR} \approx$		
RT = 26 mm	$\widehat{SRT} \approx$		

Exercice 2, Partie 2, question 2. a.

Dé vert \ Dé rouge	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3				7		
4		6				
5						
6						

Exercice 5, question 1.

Nombre de journées de ski	2	6	10
Formule A	73 €		
Formule B	127 €		
Formule C	448,50 €		

Exercice 1

24 points

Pour chacun des six énoncés suivants, écrire sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

Il ya une seule réponse correcte par énoncé.

On rappelle que toutes les réponses doivent être justifiées.

		Réponse A	Réponse B	Réponse C									
1	Le nombre 126 a pour diviseur	252	20	6									
2	On considère la fonction f définie par : $f(x) = x^2 - 2$.	Limage de 2 par f est -2	$f(-2) = 0$	$f(0) = -2$									
3	Dans la cellule A2 du tableur ci-dessous, on a saisi la formule $= -5 * A1 * A1 + 2 * A1 - 14$ puis on l'a étirée vers la droite. Quel nombre obtient-on dans la cellule B2? <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td></td> <td>A</td> <td>B</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>-4</td> <td>-3</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>-102</td> <td></td> </tr> </table>		A	B	1	-4	-3	2	-102		-65	205	25
	A	B											
1	-4	-3											
2	-102												
4	Les solutions de l'équation $x^2 = 16$ sont	-8 et 8	-4 et 4	-32 et 32									
5	2×2^{400} est égal à	2^{401}	4^{400}	2^{800}									
6	La largeur et la hauteur d'une télévision suivent le ratio 16 : 9. Sachant que la hauteur de cette télévision est de 54 cm, combien mesure sa largeur?	94 cm	96 cm	30,375 cm									

Exercice 2

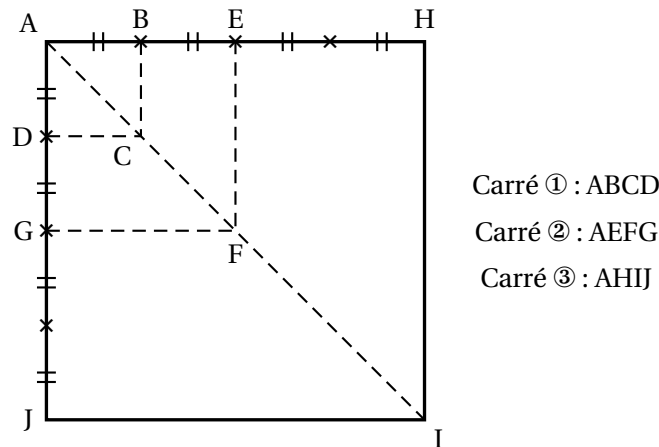
21 points

Le quadrilatère ABCD est un carré de côté de longueur 1 cm. Il est noté carré ①.

Les points A, B, E et H sont alignés, ainsi que les points A, D, G et J.

On construit ainsi une suite de carrés (carré ① carré ②, carré ③, ...) en doublant la longueur du côté du carré, comme illustré ci-dessous pour les trois premiers carrés.

La figure n'est pas en vraie grandeur



- Calculer la longueur AC.
- On choisit un carré de cette suite de carrés.
Aucune justification n'est demandée pour les questions 2. a. et 2. b.
 - Quel coefficient d'agrandissement des longueurs permet de passer de ce carré au carré suivant?
 - Quel type de transformation permet de passer de ce carré au carré suivant?

symétrie axiale

homothétie

rotation

symétrie centrale

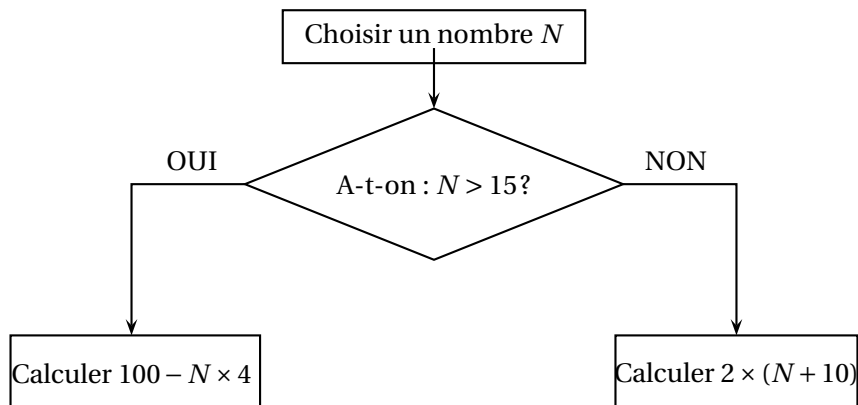
translation

- L'affirmation « la longueur de la diagonale du carré ③ est trois fois plus grande que la longueur de la diagonale du carré ① » est-elle correcte?
- Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une valeur approchée de la mesure de l'angle \widehat{AJB} au degré près.

Exercice 3

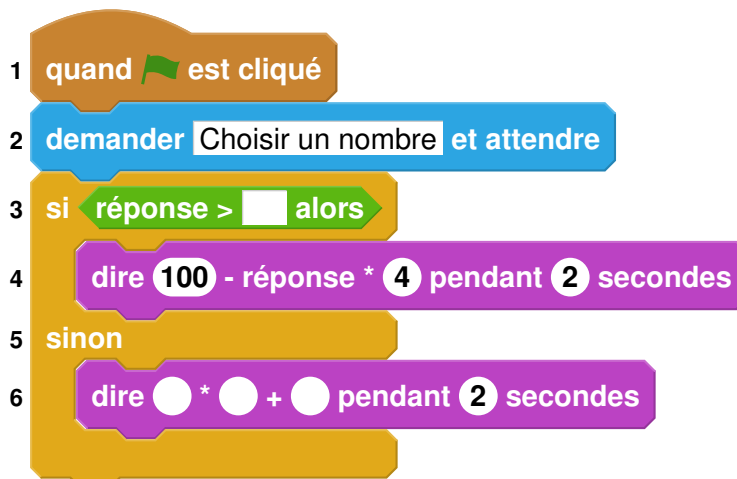
21 points

Voici un algorithme :



- Justifier que si on choisit le nombre N de départ égal à 18, le résultat final de cet algorithme est 28.
- Quel résultat final obtient-on si on choisit 14 comme nombre N de départ?
- En appliquant cet algorithme, deux nombres de départ différents permettent d'obtenir 32 comme résultat final. Quels sont ces deux nombres?
- On programme l'algorithme précédent :

Numéros
de ligne



- (a) Recopier la ligne 3 en complétant les pointillés :
ligne 3 : si réponse > ... alors
- (b) Recopier la ligne 6 en complétant les pointillés :
ligne 6 : dire ... * (... + ...) pendant 2 secondes
5. On choisit au hasard un nombre premier entre 10 et 25 comme nombre N de départ.
Quelle est la probabilité que l'algorithme renvoie un multiple de 4 comme résultat final?

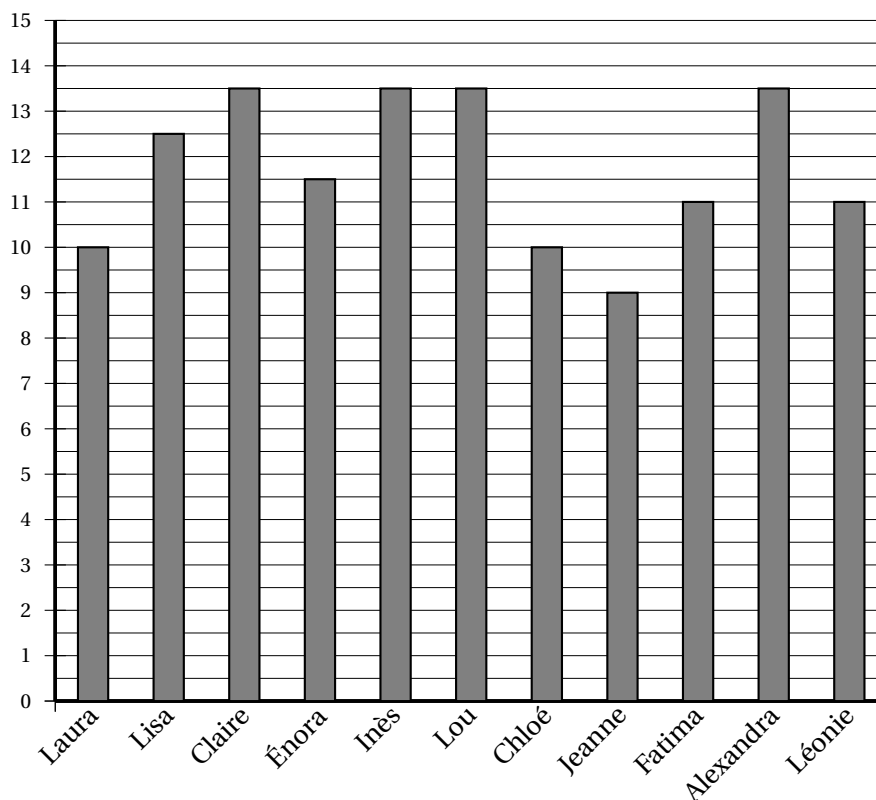
Exercice 4

16 points

En cours d'éducation physique et sportive (EPS), les 24 élèves d'une classe de troisième pratiquent la course de fond. Les élèves réalisent le test de demi-Cooper : ils doivent parcourir la plus grande distance possible en six minutes. Chaque élève calcule ensuite sa vitesse moyenne sur cette course. Le résultat obtenu est appelé VMA (Vitesse Maximale Aérobie).

- Après son échauffement, Chloé effectue ce test de demi-Cooper, Elle parcourt 1 000 mètres en 6 minutes. Montrer que sa VMA est égale à 10 km/h.
- L'enseignante a récolté les résultats et a obtenu les documents 1 et 2 ci-dessous :

Document 1 : VMA (en km/h) des filles



Document 2 : VMA(en km/h) des garçons

Nathan : 12	Lucas : 11	Jules : 14	Abdel : 13,5	Nicolas : 14
Thomas : 14,5	Martin : 11	Youssef : 14	Mathis : 12	Léo : 15
Simon : 12	José : 14	Ilan : 14		

Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. On rappelle que toutes les réponses doivent être justifiées.

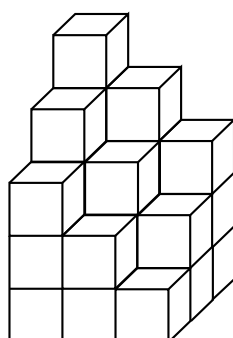
- (a) **Affirmation 1** : l'étendue de la série statistique des VMA des filles de la classe est plus élevée que celle de la série statistique de VMA des garçons de la classe.
- (b) **Affirmation 2** : plus de 25 % des élèves de la classe a une VMA inférieure ou égale à 11,5 km/h.
- (c) L'enseignante souhaite que la moitié de la classe participe à une compétition. Elle sélectionne donc les douze élèves dont la VMA est la plus élevée.
- Affirmation 3** : Lisa participe à la compétition.

Exercice 5

16 points

Première partie

En plaçant plusieurs cubes unités, on construit ce solide :

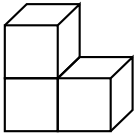


Question : Combien de cubes unités au minimum manque-t-il pour compléter ce solide et obtenir un pavé droit ?

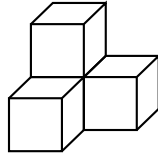
Deuxième partie

Un jeu en 3D contient les sept pièces représentées ci-dessous. Chaque pièce est constituée de cubes identiques d'arête 1dm.

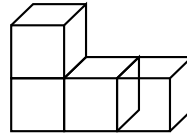
Pièce n° 1 (3 cubes)



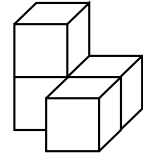
Pièce n° 2 (4 cubes)



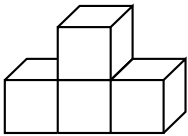
Pièce n° 3 (4 cubes)



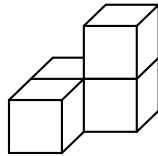
Pièce n° 4 (4 cubes)



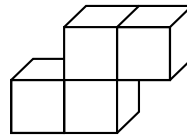
Pièce n° 5 (4 cubes)



Pièce n° 6 (4 cubes)



Pièce n° 7 (4 cubes)



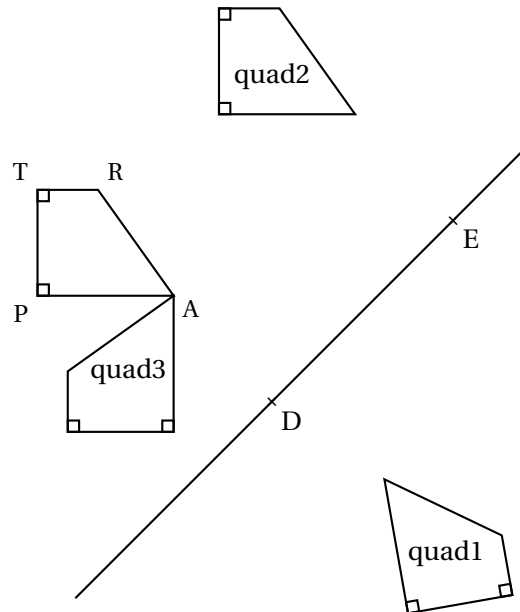
1. Dessiner une vue de dessus de la pièce n° 4 (en prenant 2 cm sur le dessin pour représenter 1 dm dans la réalité).
2. À l'aide de la totalité de ces sept pièces, il est possible de construire un grand cube sans espace vide.
 - (a) Quel sera alors le volume (en dm^3) de ce grand cube ?
 - (b) Quelle est la longueur d'une arête (en dm) de ce grand cube ?

Exercice 1

22 points

Cet exercice est constitué de 5 questions indépendantes.

1. Sur la figure ci-dessous, chacun des quadrilatères quad1, quad2 et quad3 est l'image du quadrilatère TRAP par une transformation.



Recopier les trois phrases ci-dessous sur la copie et compléter, sans justifier, chacune d'elles par le numéro de l'une des transformations proposées dans le tableau qui suit :

- (a) Le quadrilatère quad1 est l'image du quadrilatère TRAP par la transformation numéro ...
 (b) Le quadrilatère quad2 est l'image du quadrilatère TRAP par la transformation numéro ...
 (c) Le quadrilatère quad3 est l'image du quadrilatère TRAP par la transformation numéro ...

Transformation numéro 1 : translation qui transforme le point D en le point E.	Transformation numéro 4 : translation qui transforme le point E en le point D.
Transformation numéro 2 : rotation de centre A et d'angle 90° dans le sens contraire des aiguilles d'une montre.	Transformation numéro 5 : rotation de centre A et d'angle 120° dans le sens contraire des aiguilles d'une montre.
Transformation numéro 3 : symétrie centrale de centre D.	Transformation numéro 6 : symétrie axiale d'axe (DE).

2. Développer et réduire l'expression suivante :

$$(2x - 3)(-5 + 2x) - 4 + 6x.$$

3. Résoudre l'équation suivante :

$$(x - 6)(5x - 2) = 0.$$

4. (a) Décomposer, sans justifier, en produit de facteurs premiers les nombres 1 386 et 1 716.

(b) En déduire la forme irréductible de la fraction : $\frac{1\ 386}{1\ 716}$.

5. Les coordonnées géographiques de la ville appelée Jokkmokk sont environ : 67° Nord et 19° Est.

Placer approximativement la ville de Jokkmokk sur le planisphère en ANNEXE à rendre avec la copie.

Exercice 2**16 points**

Un professeur propose un jeu à ses élèves.

Ils doivent tirer un jeton dans une boîte de leur choix et gagnent lorsqu'ils tombent sur un jeton noir.

Le professeur leur précise que :

- La boîte A contient la jetons dont 1 jeton noir;
- La boîte B contient 15 % de jetons noirs;
- La boîte C contient exactement 350 jetons blancs et 50 jetons noirs.

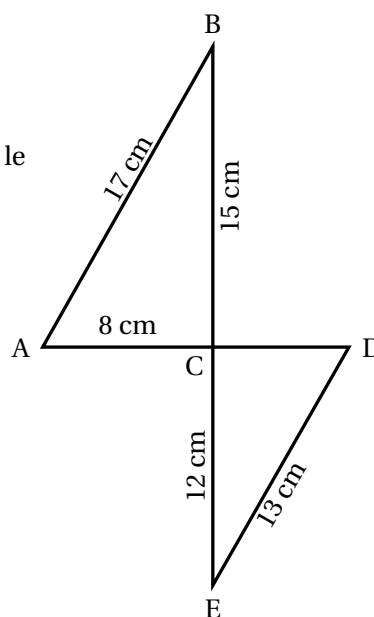
Les jetons sont indiscernables au toucher. Une fois que l'élève a choisi sa boîte, le tirage se fait au hasard.

1. Montrer que, dans la boîte C, la probabilité de tirer un jeton noir est $\frac{1}{8}$.
2. C'est le tour de Maxime. Dans quelle boîte a-t-il intérêt à tenter sa chance? Justifier la réponse.
3. La boîte B contient 18 jetons noirs. Combien y a-t-il de jetons au total dans cette boîte?
4. On ajoute 10 jetons noirs dans la boîte C. Déterminer le nombre de jetons blancs à ajouter dans la boîte C pour que la probabilité de tirer un jeton noir reste égale à $\frac{1}{8}$.

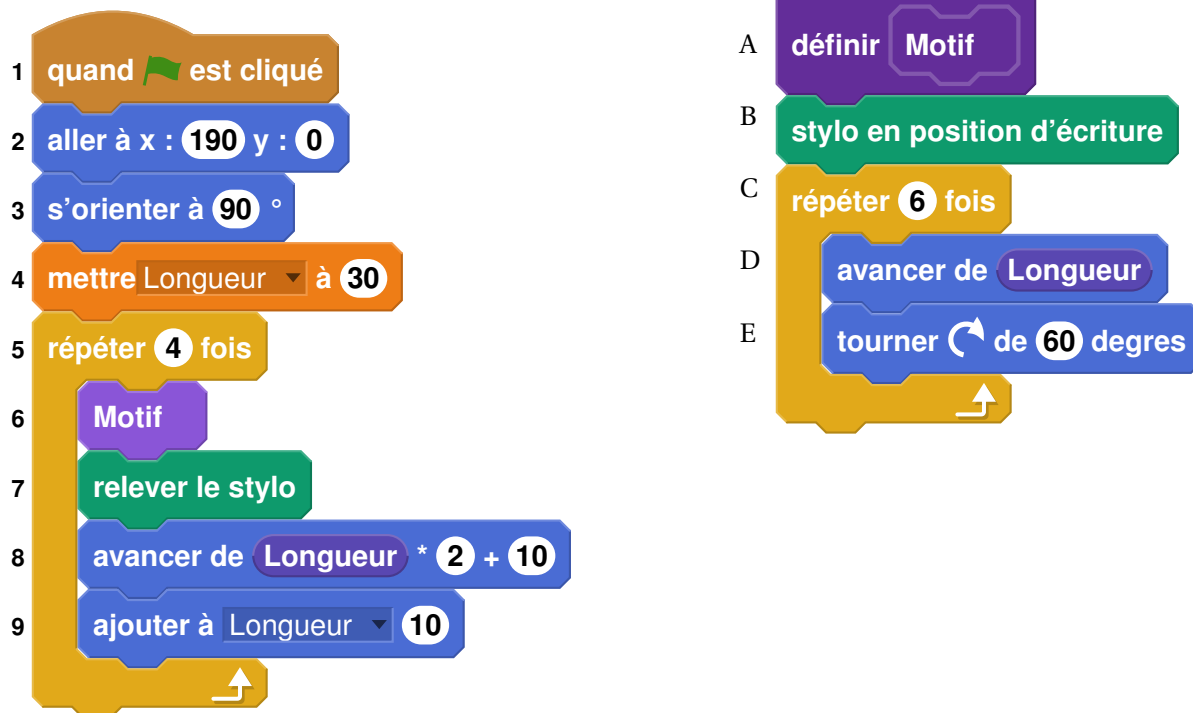
Exercice 3**21 points**

Sur la figure ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur, le point C est le point d'intersection des droites (BE) et (AD).

1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en C.
2. Calculer l'aire du triangle ABC.
3. Calculer une valeur approchée au degré près de l'angle \widehat{BAC} .
4. Calculer le périmètre du triangle CDE.
5. Les droites (AB) et (DE) sont-elles parallèles?

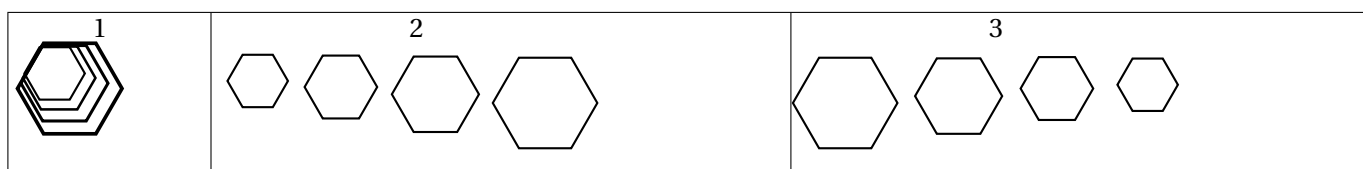
**Exercice 4****19 points**

On donne le programme suivant :

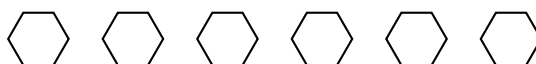


On rappelle que « s'orienter à 90 » signifie que l'on est orienté vers la droite.

1. On prendra dans cette question 1 mm pour un pixel.
Représenter en vraie grandeur sur votre copie la figure que trace le bloc Motif lorsque Longueur vaut 30 pixels.
2. Ce programme utilise une variable, quel est son nom? À quoi correspond-elle sur la figure réalisée par le bloc Motif?
3. Laquelle de ces trois figures obtient-on lorsqu'on exécute ce programme? Indiquer sur la copie le numéro de la bonne proposition parmi les trois suivantes. On expliquera son choix.



4. Modifier le programme précédent pour obtenir la figure ci-dessous. Pour cela, indiquer les numéros des instructions à supprimer ou à modifier, et préciser les modifications à apporter :



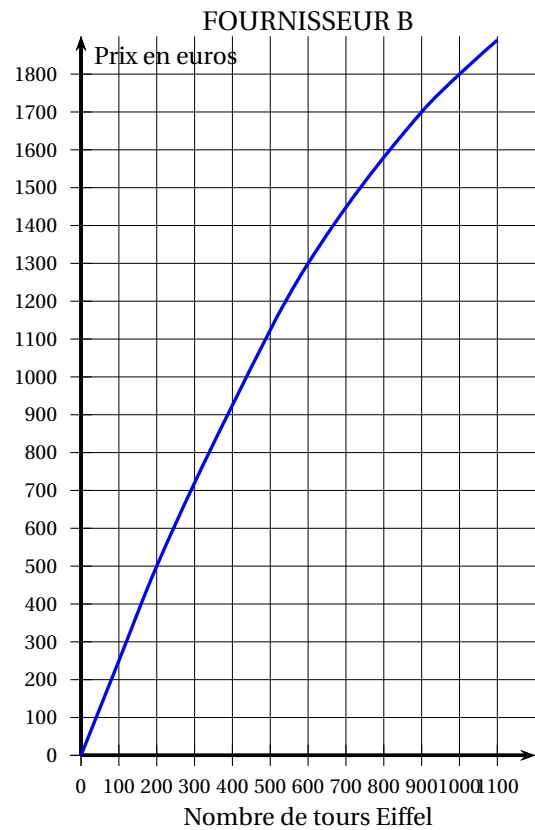
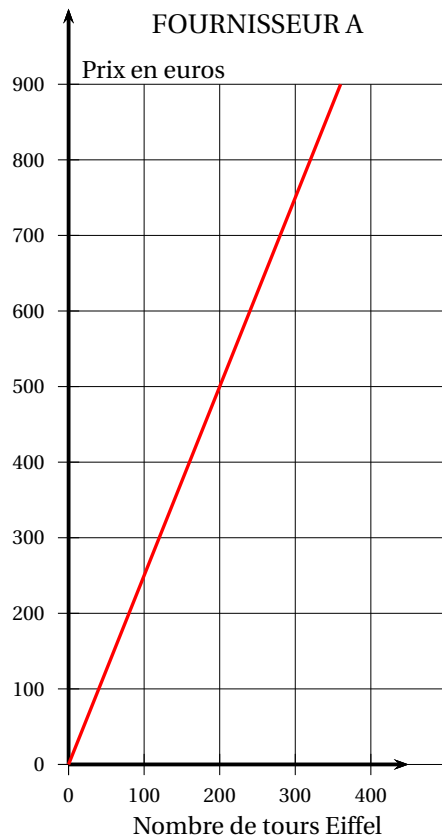
5. On souhaite modifier le bloc Motif afin qu'il permette de tracer un carré. Pour cela, indiquer les lettres des instructions à supprimer ou à modifier, et préciser les modifications à apporter.

Exercice 5

22 points

Nora veut ouvrir un magasin de souvenirs à Paris et proposer à la vente des tours Eiffel miniatures.

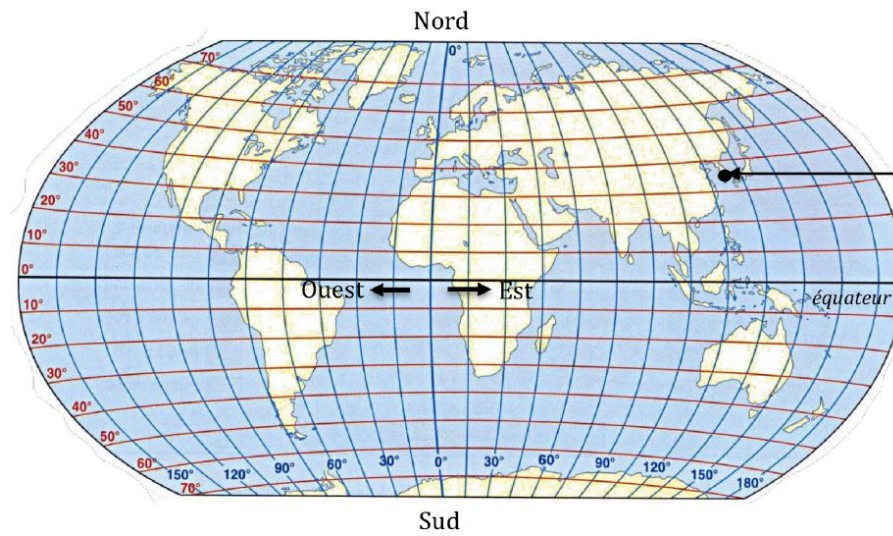
Elle contacte deux fournisseurs qui lui envoient chacun sous forme de graphiques le prix à leur payer en fonction du nombre de tours Eiffel achetées.



1. Par lecture graphique, avec la précision qu'elle permet, et sans justification,
 - (a) Déterminer le prix à payer pour acheter 200 tours Eiffel chez le fournisseur A.
 - (b) Nora a dépensé 1 300 euros chez le fournisseur B. Combien de tours Eiffel lui a-t-elle achetées?
2. Ces fournisseurs proposent-ils des prix proportionnels au nombre de tours Eiffel achetées?
3. (a) Pour le fournisseur A, on admet que le prix des tours Eiffel est donné par la fonction linéaire f représentée ci-dessus. On a en particulier $f(100) = 250$.
Déterminer l'expression de $f(x)$ en fonction de x .
 - (b) Calculer $f(1000)$.
 - (c) Nora veut acheter 1 000 tours Eiffel. Quel est le fournisseur le moins cher dans ce cas-là?
4. Nora contacte un troisième fournisseur, le fournisseur C, qui lui demande un paiement initial de 150 euros pour avoir accès à ses articles, en plus d'un prix unitaire de 2 euros par tour Eiffel.
 - (a) Remplir le tableau des tarifs sur l'ANNEXE à rendre avec la copie.
 - (b) Avec 580 euros, combien de tours Eiffel peut acheter Nora chez le fournisseur C?
 - (c) Résoudre l'équation suivante : $2,5x = 150 + 2x$.
Expliquer à quoi correspond la solution trouvée.

ANNEXE (à rendre avec la copie)

Exercice 1 – question 5



Exercice 5 – question 4. a.

Nombre de tours Eiffel	1	100	200	1000	x
Prix payé en euros avec le fournisseur C	152	350			

Exercice 1

20 points

Cette feuille de calcul présente les températures moyennes mensuelles à Tours en 2019.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	Mois	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	Moyenne sur l'année
2	Température en °C	4,4	7,8	9,6	11,2	13,4	19,4	22,6	20,5	17,9	14,4	8,2	7,8	

- D'après le tableau ci-dessus, quelle a été la température moyenne à Tours en novembre 2019?
- Déterminer l'étendue de cette série.
- Quelle formule doit-on saisir en cellule N2 pour calculer la température moyenne annuelle?
- Vérifier que la température moyenne annuelle est 13,1 °C.
- La température moyenne annuelle à Tours en 2009 était de 11,9 °C.
Le pourcentage d'augmentation entre 2009 et 2019, arrondi à l'unité, est-il de : 7% ; 10% ou 13%? Justifier la réponse.

Exercice 2

20 points

Le Futuroscope est un parc de loisirs situé dans la Vienne. L'année 2019 a enregistré 1,9 million de visiteurs.

- Combien aurait-il fallu de visiteurs en plus en 2019 pour atteindre 2 millions de visiteurs?
- L'affirmation « Il y a eu environ 5 200 visiteurs par jour en 2019 » est-elle vraie? Justifier la réponse.
- Un professeur organise une sortie pédagogique au Futuroscope pour ses élèves de troisième. Il veut répartir les 126 garçons et les 90 filles par groupes. Il souhaite que chaque groupe comporte le même nombre de filles et le même nombre de garçons.
 - Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres 126 et 90
 - Trouver tous les entiers qui divisent à la fois les nombres 126 et 90.
 - En déduire le plus grand nombre de groupes que le professeur pourra constituer.

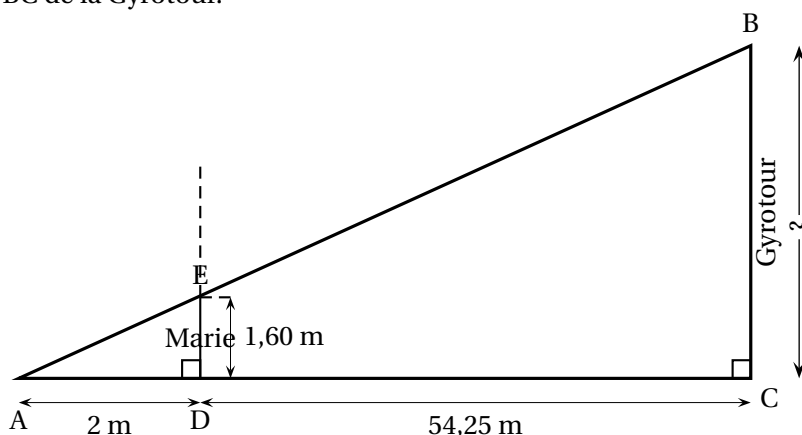
Combien de filles et de garçons y aura-t-il alors dans chaque groupe?

- Deux élèves de 3^e, Marie et Adrien, se souviennent avoir vu en mathématiques que les hauteurs inaccessibles pouvaient être déterminées avec l'ombre.

Ils souhaitent calculer la hauteur de la Gyrotour du Futuroscope.

Marie se place comme indiquée sur la figure ci-dessous, de telle sorte que son ombre coïncide avec celle de la tour. Après avoir effectué plusieurs mesures, Adrien effectue le schéma ci-dessous (le schéma n'est pas à l'échelle), sur lequel les points A, E et B ainsi que les points A, D et C sont alignés.

Calculer la hauteur BC de la Gyrotour.



Exercice 3**20 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Aucune justification n'est demandée.

Pour chaque question trois réponses (A, B et C) sont proposées.

Une seule réponse est exacte.

Recopier sur la copie le numéro de la question et la réponse.

PARTIE A :

Une urne contient 7 jetons verts, 4 jetons rouges, 3 jetons bleus et 2 jetons jaunes. Les jetons sont indiscernables au toucher.

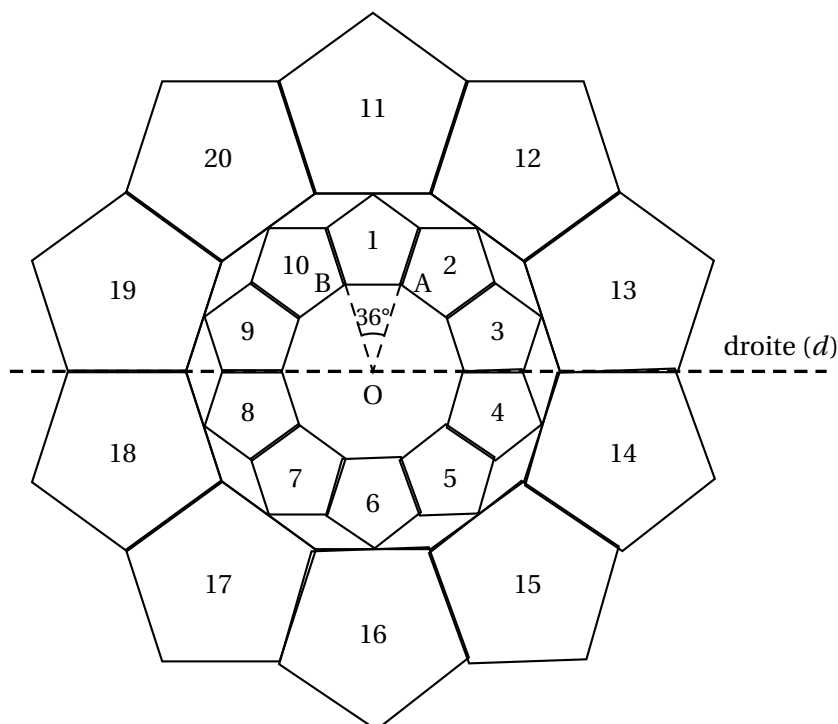
On pioche un jeton au hasard dans cette urne.

Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. À quel événement correspond une probabilité de $\frac{7}{16}$?	Obtenir un jeton de couleur rouge ou jaune.	Obtenir un jeton qui n'est pas vert.	Obtenir un jeton vert.
2. Quelle est la probabilité de ne pas tirer un jeton bleu ?	$\frac{13}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{4}$

PARTIE B :

On considère la figure suivante, composée de vingt motifs numérotés de 1 à 20, dans laquelle :

- $\widehat{AOB} = 36^\circ$
- le motif 11 est l'image du motif 1 par l'homothétie de centre O et de rapport 2.



Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
3. Quelle est l'image du motif 20 par la symétrie d'axe la droite (d) ?	Le motif 17	Le motif 15	Le motif 12
4. Par quelle rotation le motif 3 est-il l'image du motif 1 ?	Une rotation de centre O, et d'angle 36° .	Une rotation de centre O, et d'angle 72°	Une rotation de centre O, et d'angle 90°
5. L'aire du motif 11 est-elle égale :	au double de l'aire du motif 1 ?	à 4 fois l'aire du motif 1 ?	à la moitié de l'aire du motif 1 ?

Exercice 4**20 points**

Voici un programme de calcul :

Choisir un nombre.
Prendre le carré du nombre de départ.
Ajouter le triple du nombre de départ.
Soustraire 10 au résultat.

- Vérifier que si on choisit 4 comme nombre de départ, on obtient 18
- Appliquer ce programme de calcul au nombre - 3
- Vous trouverez ci-dessous un script, écrit avec scratch.

```

1 Quand est cliqué
2 demander Choisis un nombre et attendre
3 mettre x à Réponse
4 mettre y à x * x
5 mettre z à y + ( )
6 mettre Résultat à ( ) - ( )
7 dire regroupe Le nombre final est Résultat pendant 2 secondes

```

Compléter sur l'ANNEXE les lignes 5 et 6 pour que ce script corresponde au programme de calcul.

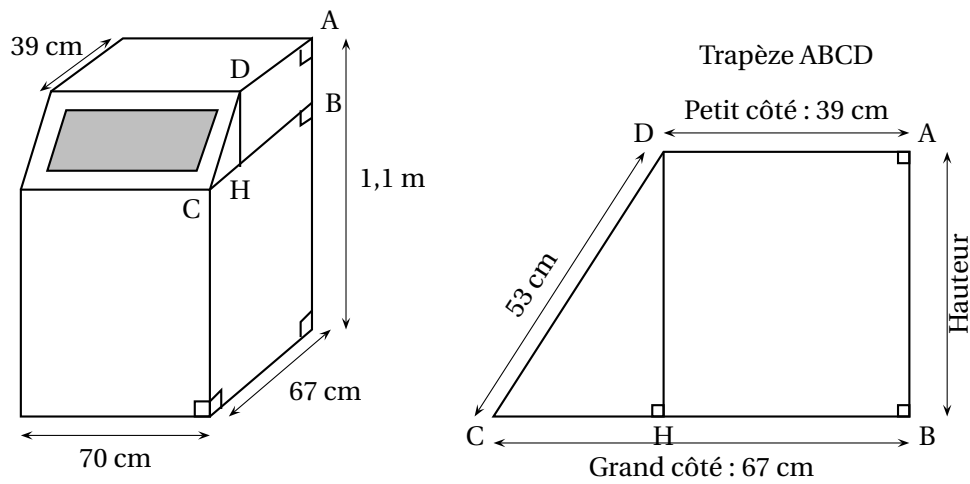
- On veut déterminer le nombre à choisir au départ pour obtenir zéro comme résultat.
 - On appelle x le nombre de départ. Exprimer en fonction de x le résultat final.
 - Vérifier que ce résultat peut aussi s'écrire sous la forme $(x + 5)(x - 2)$.
 - Quel(s) nombre(s) doit-on choisir au départ pour obtenir le nombre 0 à l'arrivée?

Exercice 5**20 points**

La production annuelle de déchets par Français était de 5,2 tonnes par habitant en 2007.

Entre 2007 et 2017, elle a diminué de 6,5 %.

- De combien de tonnes la production annuelle de déchets par Français en 2017 a-t-elle diminué par rapport à l'année 2007?
- Pour continuer à diminuer leur production de déchets de nombreuses familles utilisent désormais un composteur. Une de ces familles a choisi le modèle ci-dessous, composé d'un pavé droit et d'un prisme droit (la figure du composteur n'est pas à l'échelle). Le descriptif indique qu'il a une contenance d'environ $0,5 \text{ m}^3$, On souhaite vérifier cette information.



- Dans le trapèze ABCD, calculer la longueur CH.
- Montrer que la longueur DH est égale à 45 cm.
- Vérifier que l'aire du trapèze ABCD est de $2\,385\text{ cm}^2$.
- Calculer le volume du composteur.

L'affirmation « il a une contenance d'environ $0,5\text{ m}^3$ » est-elle vraie? Justifier.

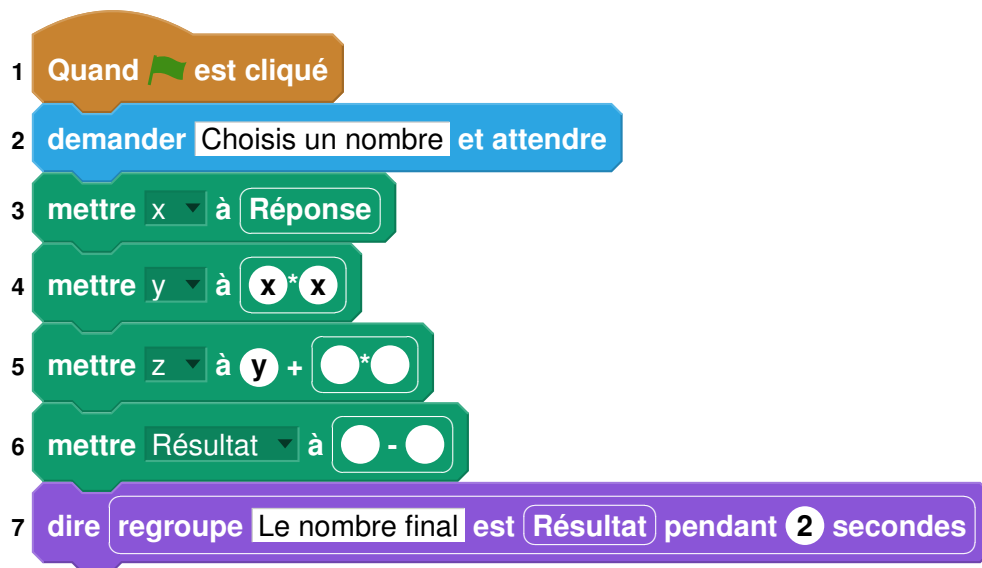
Rappels :

$$\text{Aire du trapèze} = \frac{(\text{Petit côté} + \text{Grand côté}) \times \text{Hauteur}}{2}$$

$$\text{Volume du prisme droit} = \text{Aire de la base} \times \text{hauteur}$$

$$\text{Volume du pavé droit} = \text{Longueur} \times \text{largeur} \times \text{hauteur.}$$

ANNEXE à rendre avec la copie



EXERCICE 1

26 points

1. On considère la fonction f définie par $f(x) = 3x - 7$

Affirmation n° 1 : « L'image par f du nombre -1 est 2 ».

On a $f(-1) = 3 \times (-1) - 7 = -3 - 7 = -10$: affirmation fausse.

2. On considère l'expression $E = (x - 5)(x + 1)$.

Affirmation n° 2 : « L'expression E a pour forme développée et réduite $x^2 - 4x - 5$ ».

$E = x^2 + x - 5x - 5 = x^2 - 4x - 5$: affirmation vraie.

3. n est un nombre entier positif.

Affirmation n° 3 : « lorsque n est égal à 5 , le nombre $2^n + 1$ est un nombre premier ».

$2^5 + 1 = 32 + 1 = 33$; or 33 est un multiple de 3 donc n est pas premier : affirmation fausse.

4. On a lancé 15 fois un dé à six faces numérotées de 1 à 6 et on a noté les fréquences d'apparition dans le tableau ci-dessous :

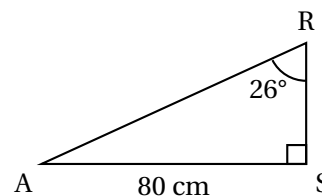
Affirmation n° 4 : « la fréquence d'apparition du 6 est 0 ». On sait que la somme des fréquences est égale à 1 ; donc si f_6 est la fréquence d'apparition du 6 , on a :

$\frac{3}{15} + \frac{4}{15} + \frac{5}{15} + \frac{2}{15} + \frac{1}{15} + f_6 = 1$, ou $\frac{15}{15} + f_6 = 1$, donc $f_6 = 0$: affirmation vraie.

On considère un triangle RAS rectangle en S .

5. Le côté $[AS]$ mesure 80 cm et l'angle \widehat{ARS} mesure 26° .

Affirmation n° 5 : le segment $[RS]$ mesure environ 164 cm.



On a $\tan \widehat{ARS} = \frac{AS}{RS}$, soit $\tan 26 = \frac{80}{RS}$, ou $RS = \frac{80}{\tan 26} \approx 164,024$: affirmation vraie.

6. Un rectangle $ABCD$ a pour longueur 160 cm et pour largeur 95 cm.

Affirmation n° 6 : les diagonales de ce rectangle mesurent exactement 186 cm.

Le demi-rectangle ABD est un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 160 cm et 95 cm.

Le théorème de Pythagore appliqué à ce triangle s'écrit $BD^2 = 160^2 + 95^2 = 25600 + 9025 = 34625$, d'où $BD = \sqrt{34625} \approx 186,08$ cm, donc $BD \neq 186$: affirmation fausse.

EXERCICE 2

21 points

1. L'athlète a fait l'épreuve de natation en 14 min, début de son premier changement d'équipement.

2. Si c est la longueur s parcourus en vélo, on a :

$0,400 + c + 2,5 = 12,9$ soit $c + 2,9 = 12,9$, d'où $c = 10$ km.

3. L'épreuve de course à pied s'est passée de la 44^e à la 56^e minute; elle a donc couru pendant $56 - 44 = 12$ minutes.

4. Le segment ayant la plus faible pente est bien sûr celui de la natation.

Remarque : on peut calculer :

vitesse en natation : 400 m en 14 min soit $\frac{0,4}{14} \times 60 \approx 1,71$ km/h;

vitesse en vélo : 10 km en 27 min soit $\frac{10}{27} \times 60 \approx 22,2$ km/h;

vitesse à pied : $2,5$ km en 12 min soit $\frac{2,5}{12} \times 60 = 12,5$ km/h.

5. Elle a parcouru 12,9 km en 57 minutes, donc à une vitesse de $\frac{12,9}{57} \times 60 \approx 13,58 < 14$ km/h.

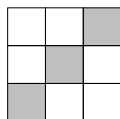
EXERCICE 3**16 points**

1. Les carrés 8 et 2, les carrés 6 et 4, les carrés 7 et 3 sont symétriques autour de l'axe (DB).
2. Les carrés 8 et 3 ne sont pas symétriques autour de O (leurs centres ne sont pas alignés avec O).
3. L'image du carré 8 par la rotation de centre O et d'angle 45° est le carré 1.
4. La rotation est la rotation de centre O et d'angle 135° . E donne H et F donne I, donc l'image de [EF] est le segment [HI].

EXERCICE 4**16 points**

Dans cet exercice, aucune justification n'est demandée.

1.



2. C E et C A E A permettent d'obtenir le motif demandé.
3. La suite A B E permet d'obtenir la diagonale montante blanche.

EXERCICE 5**21 points**

1. Aire de la surface à recouvrir de papier peint :
 $2 \times 3,5 \times 2,5 + 2 \times 2,5 \times 2,5 - 2,1 \times 0,8 - 1,6 \times 1,2 = 30 - 1,68 - 1,92 = 26,4 \text{ m}^2$.
2. 16,95 € pour $5,3 \text{ m}^2$ donne un prix au m^2 de $\frac{16,95}{5,3} \approx 3,198$ soit 3,20 € au centime près.
3. Il faut en principe $\frac{26,4}{3,2} \approx 8,25$ soit 9 rouleaux à l'unité près et avec 1 rouleau de plus pour les pertes, il faudra donc acheter 10 rouleaux.
 Prix du papier peint : $10 \times 16,95 = 169,50$ (€).
 Prix de la colle : $2 \times 5,70 = 11,40$ € pour un total de :
 $169,50 + 11,40 = 180,90$ (€).
4. Enlever 8 % revient à multiplier par $1 - \frac{8}{100} = 1 - 0,08 = 0,92$.
 Le prix à payer après remise est donc :
 $180,90 \times 0,92 = 166,428 \approx 166,43$ €.

EXERCICE 1

24 points

1.

$$\begin{array}{r|l} 360 & 9 \\ 40 & 8 \\ 5 & 5 \end{array}$$

$$\text{Donc } 360 = 9 \times 8 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5.$$

2. (a) Le point B a pour image B et le point J appartient (BD), il est aussi égal à son image.
Enfin l'image de E est le point F.
Donc l'image du triangle BEJ par la symétrie d'axe (BD) est le triangle BJE.
- (b) La translation qui transforme le point E en B transforme A en E, M en F et H en M.
Donc le triangle AMH a pour image EFM.
- (c) Le triangle AMD contient 4 triangles identiques au triangle initial BEJ; l'aire étant le quadruple de celle du triangle initial ses dimensions sont le double de celle de AIH.
Le point A étant commun aux deux triangles le triangle AMD est l'image du triangle AIH par l'homothétie de centre A et de rapport 2.
3. $\frac{7}{2} + \frac{15}{6} \times \frac{7}{25} = \frac{7}{2} + \frac{15 \times 7}{6 \times 25} = \frac{7}{2} + \frac{5 \times 3 \times 7}{2 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{7}{2} + \frac{7}{10} = \frac{35}{10} + \frac{7}{10} = \frac{42}{10} = \frac{2 \times 21}{2 \times 5} = \frac{21}{5}$
4. Une boule de rayon R a un volume de $V = \frac{4}{3} \times \pi R^3$.
Donc le volume de la Lune est environ :
 $V_{\text{Lune}} \approx \frac{4}{3} \times \pi \times 1737^3 \approx 2,195 \times 10^{10}$; donc réponse D : $2,2 \times 10^{10}$.
5. Pour les angles, on peut utiliser le cosinus, le sinus ou la tangente.
Avec le cosinus : $\cos \widehat{STR} = \frac{ST}{RT} = \frac{24}{26} = \frac{12}{13}$.
La calculatrice donne $\widehat{STR} \approx 22,6$, soit 23° au degré près.
L'angle complémentaire \widehat{SRT} mesure donc 67° au degré près.
Voir le tableau à la fin.

EXERCICE 2

21 points

Partie 1

Dans cette première partie, on lance un dé bien équilibré à six faces numérotées de 1 à 6, puis on note le numéro de la face du dessus.

- Les issues sont 1, 2, 3, 4, 5, 6.
- La probabilité d'obtenir le 2 (comme les autres nombres) est $\frac{1}{6}$.
- Il y a 3 nombres impairs (ou pairs). la probabilité est donc égale à $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Partie 2

Dans cette deuxième partie, on lance simultanément deux dés bien équilibrés à six faces, un rouge et un vert. On appelle \dot{z} score à la somme des nombres correspondants aux issues de chaque dé.

- La plus grande somme possible étant 12, l'évènement est impossible de probabilité nulle.

2. (a) Voir à la fin
 (b) Les scores possibles sont : 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, soit 11 scores différents possibles
3. (a) Il y a $6 \times 6 = 36$ issues possibles.
 On a $10 = 4 + 6 = 5 + 5 = 6 + 4 : 3$ issues, donc $p(D) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$.
- (b) On a $p(E) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$.
- (c) Il y a 15 scores premiers et 15 scores supérieurs à 7.

EXERCICE 3**16 points**

1. (a) On obtient successivement : $1 \rightarrow 1 + 1 = 2 \rightarrow 3 \times 2 = 6 \rightarrow 6 - 3 = 3$.
 (b) On obtient successivement : $2 \rightarrow 2 + 3 = 5 \rightarrow 2 - 5 = -3 \rightarrow 5 \times -3 = -15$.
2. Soit x le nombre de départ, quelle expression littérale obtient-on à la fin de l'exécution du programme C? On obtient successivement : $x \rightarrow x \times 7 \rightarrow 7x + 3 \rightarrow 7x + 3 - x = 6x + 3$.
3. On vient de voir que le programme C donne $6x + 3 \neq 3x$;
 Le programme A donne à partir de x : $x \rightarrow 1 + x \rightarrow 3(1 + x) = 3 + 3x \rightarrow 3 + 3x - 3 = 3x$: on obtient bien le triple.
 Le programme B donne à partir de x : $x \rightarrow x + 3 \rightarrow x - 5 \rightarrow (x + 3)(x - 5) = x^2 - 5x + 3x - 15 = x^2 - 2x - 15 \neq 3x$.
 L'élève a raison.
4. (a) U produit de deux facteurs est nul si l'un des facteurs est nul, donc :
 $(x + 3)(x - 5) = 0$ si $\begin{cases} x + 3 = 0 \\ x - 5 = 0 \end{cases}$ ou encore $\begin{cases} x = -3 \\ x = 5 \end{cases}$
 L'ensemble des solutions est $S = \{-3 ; 5\}$.
- (b) On a vu que le programme B donne à partir de x le produit $(x + 3)(x - 5)$ ry on a vu dans la question précédente que -3 et 5 annulaient ce produit.
 Donc le programme B donne à partir de -3 et à partir de 5 le nombre 0.
5. Il faut trouver x tel que $6x + 3 = 3x$ soit en ajoutant à chaque membre $-3x$: $3x + 3 = 0$ ou $3x = -3$, soit $3 \times x = 3 \times (-1)$ et finalement $x = -1$
 Le nombre -1 donne par A ou C le même résultat -3 .

EXERCICE 4**19 points**

1. On a $CE = 393 - 251 = 142$ (m).
2. (a) Les droites (DB) et (EC) étant toutes les deux perpendiculaires à la droite (AC) sont parallèles.
 (b) A, D, E sont alignés dans cet ordre,
 A, B et C sont alignés dans cet ordre,
 et les droites (DB) et (EC) sont parallèles : on est donc une situation où l'on peut appliquer le théorème de Thalès, soit :
 $\frac{BD}{EC} = \frac{AD}{AE}$,
 soit $\frac{11,25}{142} = \frac{51,25}{AE}$;
 on en déduit $11,25AE = 142 \times 51,25$ puis $AE = \frac{142 \times 51,25}{11,25} \approx 646,8$.
 Donc $DE = AE - AD \approx 646,8 - 51,25 \approx 595,6$ soit 596 (m) au mètre près.
3. Aurélie parcourt donc 8 000 m en 60 minutes ou 800 m en 6 min ou 400 m en 3 minutes.
 Elle mettra donc pour parcourir 596 (m) un temps t tel que $\frac{3}{400} = \frac{t}{596}$, soit en multipliant chaque membre par 596 :
 $t = \frac{3 \times 596}{400} = 4,47$ (min), donc $t \approx 4$ (m) : elle arrivera donc à 9 h 59 min à la minute près.

4. On a par définition dans le triangle rectangle ABD : $\sin \widehat{CAE} = \frac{BD}{AD} = \frac{11,25}{51,25}$. La calculatrice donne $\widehat{CAE} \approx 12,68^\circ$.
- Dans le triangle ABC on a $\tan \widehat{CAE} = \frac{CE}{AC}$ d'où $AC = \frac{CE}{\tan \widehat{CAE}} \approx \frac{142}{0,225} \approx 631,1$ (m).
- Finalement la pente est $\approx \frac{142}{631,1} \approx 0,225$, donc $\frac{22,5}{100} = 22,5\%$.

EXERCICE 5**20 points**

1. Voir à la fin.

$$2. \quad f(x) = 90 + 18,5x \qquad g(x) = 448,5 \qquad h(x) = 36,5x$$

- (a) Seule la fonction h représente une situation de proportionnalité.
- (b) Formule A : fonction h ;
Formule B : fonction f ;
Formule C : fonction g .
- (c) Il faut donc résoudre l'équation : $h(x) = f(x)$, soit $36,5x = 90 + 18,5x$ d'où en ajoutant $-18,5x$ à chaque membre : $18x = 90$ ou $2 \times 9x = 9 \times 2 \times 5$ et en simplifiant par 2×9 ; $x = 5$.
On a effectivement : $h(5) = 182,5$ et $f(5) = 90 + 18,5 \times 5 = 90 + 92,5 = 182,5$.
On paiera avec les formules A et B, 182,50 €.

3. On a représenté graphiquement les trois fonctions dans le graphique ci dessous.

Sans justifier et à l'aide du graphique :

- (a) – (d_1) correspond à la fonction constante g définie par $g(x) = 448,5$;
– (d_2) correspond à la fonction linéaire h définie par $h(x) = 36,5x$;
– (d_3) correspond à la fonction f définie par $f(x) = 90 + 18,5x$.

(b) Marin ne peut bien sûr pas se payer le forfait à 448,50 €.

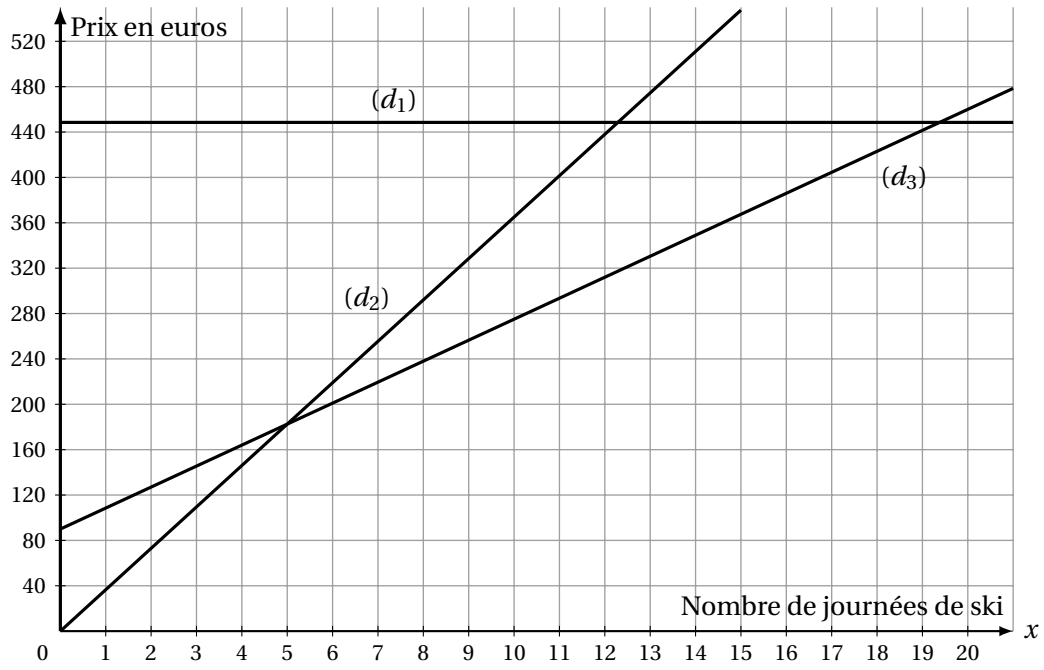
Avec la formule A l'équation $36,5x = 320$ a pour solution $x = \frac{320}{36,5} \approx 8,8$: il peut donc skier 8 jours.Avec la formule B l'équation $90 + 18,5x = 320$ peut s'écrire $18,5x = 230$ qui a pour solution $x = \frac{230}{18,5} \approx 12,4$, soit 12 journées de ski, soit le nombre maximal de journées de ski qu'il peut se payer (il paiera en fait $90 + 18,5 \times 12 = 312$ €).

(c) La formule A est la plus onéreuse. Il faut donc comparer les formules B et C. Or :

 $448,5 < 90 + 18,5x$ peut s'écrire $358,5 < 18,5x$ ou encore $\frac{358,5}{18,5} < x$.Or $\frac{358,5}{18,5} \approx 19,4$, donc le plus petit entier naturel qui vérifie l'inéquation est 20.

Le forfait est intéressant à partir de 20 journées de ski dans l'année.

Remarque : on pouvait aussi résoudre les deux dernières questions graphiquement.



ANNEXE à rendre avec la copie

Exercice 1, question 5 :

Longueurs	Angles	Périmètre du triangle RST	Aire du triangle RST
RS = 10 mm	$\widehat{RST} = 90^\circ$	$\mathcal{P} = 10 + 24 + 26 = 60 \text{ (mm)}$	$\mathcal{A} = \frac{10 \times 24}{2} = 120 \text{ (mm}^2\text{)}$
ST = 24 mm	$\widehat{STR} \approx 23^\circ$		
RT = 26 mm	$\widehat{SRT} \approx 67^\circ$		

Exercice 2, Partie 2, question 2. a.

	Dé vert	1	2	3	4	5	6
Dé rouge							
1		2	3	4	5	6	7
2		3	4	5	6	7	8
3		4	5	6	7	8	9
4		5	6	7	8	9	10
5		6	7	8	9	10	11
6		7	8	9	10	11	12

Exercice 5, question 1.

Nombre de journées de ski	2	6	10
Formule A	73 €	219 €	365 €
Formule B	127 €	201 €	275 €
Formule C	448,50 €	448,50 €	448,50 €

Exercice 1 :

1. $126 = 6 \times 21$ réponse C.

$256 > 126$ donc 252 ne divise pas 126.

126 n'est pas divisible par 5 donc il n'est pas divisible par 20.

2. $f(0) = 0^2 - 2 = -2$ réponse C. $f(2) = 2^2 - 2 = 4 - 2 = 2$ et $f(-2) = (-2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2$

3. On remplace A1 par B1 et donc on évalue la formule pour la valeur -3 .

$$\begin{aligned} -5 \times (-3) \times (-3) + 2 \times (-3) - 14 &= -5 \times 9 + (-6) - 14 \\ &= -45 - 6 - 14 \\ &= -65 \end{aligned}$$

Réponse A

4.

$$\begin{aligned} x^2 &= 16 \\ x^2 - 16 &= 16 - 16 \\ x^2 - 16 &= 0 \\ x^2 - 4^2 &= 0 \\ (x - 4)(x + 4) &= 0 \end{aligned}$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul :

Soit

$$\begin{aligned} x - 4 &= 0 \\ x - 4 + 4 &= 0 + 4 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

Soit

$$\begin{aligned} x + 4 &= 0 \\ x + 4 - 4 &= 0 - 4 \\ x &= -4 \end{aligned}$$

On vérifie que $4^2 = (-4)^2 = 16$.

Réponse B.

5.

$$\begin{aligned} 2 \times 2^4 01 &= 2^1 \times 2^4 01 \\ &= 2^{1+400} \\ &= 2^{401} \end{aligned}$$

Réponse A.

On a le tableau de proportionnalité :

anciennes longueurs	16cm	9cm
Nouvelles longueurs	x	54cm

6. Commençons par un petit croquis :

$$\begin{aligned} x &= \frac{16 \times 54}{9} \\ &= 96cm \end{aligned}$$

Réponse B.

On peut aussi utiliser directement la notion de ration x et 54 sont dans le ratio $16 : 9$ si et seulement si $\frac{x}{54} = \frac{16}{9}$.

Exercice 4 :

1.	distance	1000m	$10 \times 1000 = 10000m = 10km$
	temps	6min	60min

La VMA de Chloé est bien égale à $10km/h$.

2. (a) Etendue=Maximum-minimum

L'étendue de la VMA des filles est $13,5 - 9 = 4,5$.

L'étendue de la VMA des garçons est $15 - 11 = 4$

L'affirmation est vraie.

- (b) Il y a 5 élèves sur 24 qui ont une VMA inférieure ou égale à $11,5km/h$. Or, $\frac{5}{24} \times 100 \approx 21\%$.

L'affirmation est fausse.

- (c) La VMA de Lisa est égale à $12,5km/h$.

Or douze élèves ont une VMA supérieure à la sienne.

L'affirmation est fausse.

Exercice 5 :

1. Le premier motif comporte $1+2+3 = 6cubes$. Quand on recule d'une rangée on ajoute $3cubes$ au motif précédent.

Il y a donc $6+9+12 = 27cubes$. Or le pavé droit a pour volume $:3 \times 3 \times 6 = 54cubes$.

Il manque donc $54 - 27 = 27cubes$.

Si l'on est astucieux on peut se rendre compte que l'on a la moitié du pavé droit qui est remplie...

2.

3. (a) Le volume du cube est :

$$6 \times 4 + 3 = 27dm^3$$

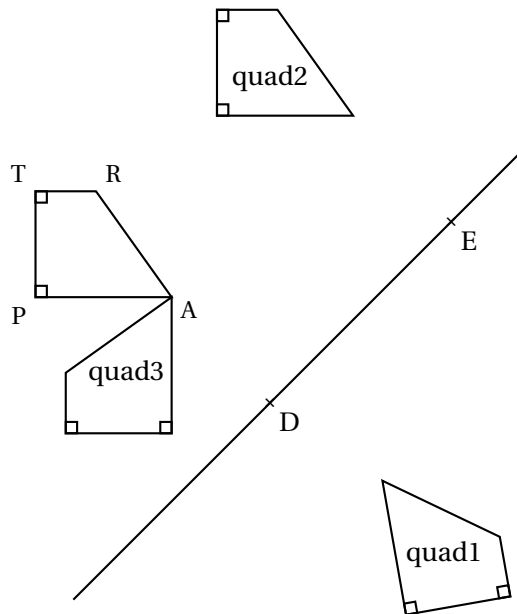
- (b) $3^3 = 27$ l'arête de ce grand cube mesure donc $3dm$.

sur votre calculatrice vous pouvez utiliser $\sqrt[3]{x}$.

Exercice 1

22 points

1. Sur la figure ci-dessous, chacun des quadrilatères quad1, quad2 et quad3 est l'image du quadrilatère TRAP par une transformation.



- (a) Le quadrilatère quad1 est l'image du quadrilatère TRAP par la transformation numéro 6
 (b) Le quadrilatère quad2 est l'image du quadrilatère TRAP par la transformation numéro 1
 (c) Le quadrilatère quad3 est l'image du quadrilatère TRAP par la transformation numéro 2
2. $(2x - 3)(-5 + 2x) - 4 + 6x = -10x + 4x^2 + 15 - 6x = 4x^2 - 16x + 15$.
3. Un produit de facteurs est nul si l'un des facteurs est nul, donc :
 $(x - 6)(5x - 2) = 0$ si $x - 6 = 0$ ou $5x - 2 = 0$ soit :
 $x = 6$ ou $5x = 2$ et enfin $x = 6$ ou $x = \frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0,4$.
 $S = \{0,4 ; 6\}$.
4. (a) $+ 1386 = 9 \times 154 = 9 \times 14 \times 11 = 2 \times 3^2 \times 7 \times 11$;
 $+ 1716 = 6 \times 286 = 6 \times 2 \times 143 = 6 \times 2 \times 13 \times 11 = 2^2 \times 3 \times 11 \times 13$.
 (b) $\frac{1386}{1716} = \frac{2 \times 3^2 \times 7 \times 11}{2^2 \times 3 \times 11 \times 13} = \frac{3 \times 7}{2 \times 13} = \frac{21}{26}$.
5. Voir l'annexe.

Exercice 2

16 points

1. La probabilité de tirer un jeton noir dans la boîte C est égale à $\frac{50}{350 + 50} = \frac{50}{400} = \frac{50 \times 1}{50 \times 8} = \frac{1}{8}$.
2. La probabilité de tirer un jeton noir dans la boîte A est égale à $\frac{1}{10} = 0,1$;
 la probabilité de tirer un jeton noir dans la boîte B est égale à $\frac{15}{100} = 0,15$ et
 La probabilité de tirer un jeton noir dans la boîte C est égale à $\frac{1}{8} = 0,125$.
 Comme $0,1 < 0,125 < 0,15$, Maxime a intérêt à choisir la boîte B.

3. On a pour n jetons en tout : $0,15 = \frac{15}{n}$ soit $0,15n = 18$ ou $n = \frac{18}{0,15} = 120$.

Il y a 120 jetons dans la boîte B dont 18 noirs.

4. Si on ajoute b jetons blancs dans la boîte C, on a donc :

$$\frac{50 + 10}{350 + 10 + b} = \frac{1}{8} \text{ ou } \frac{60}{360 + b} = \frac{1}{8}, \text{ d'où on déduit : } 8 \times 60 = 360 + b \text{ ou } 480 = 360 + b \text{ et } b = 480 - 360 = 120. \text{ Il faut ajouter 120 jetons blancs.}$$

Exercice 3

21 points

1. On a $AC^2 + CB^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$ et $AB^2 = 17^2 = 289$.

Donc $64 + 225 = 289$ ou encore $AC^2 + CB^2 = AB^2$: d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en C.

2. En prenant comme base [AC] et comme hauteur [BC], on a : $\mathcal{A}(ACB) = \frac{8 \times 15}{2} = 4 \times 15 = 60 \text{ (cm}^2\text{)}$.

3. En utilisant par exemple la tangente, on a $\tan \widehat{BAC} = \frac{BC}{AC} = \frac{15}{8} = 1,875$.

La calculatrice donne $\tan^{-1}(1,875) \approx 61,92$, soit 62° au degré près.

$$\widehat{BAC} \approx 62^\circ.$$

4. Puisque $\widehat{ACB} = 90^\circ$, alors l'angle opposé $\widehat{ECD} = 90^\circ$: le triangle DCE est donc rectangle en C.

D'après le théorème de Pythagore :

$$DC^2 + CE^2 = DE^2, \text{ soit } DC^2 = DE^2 - CE^2 = 13^2 - 12^2 =$$

$$169 - 144 = 25 = 5^2.$$

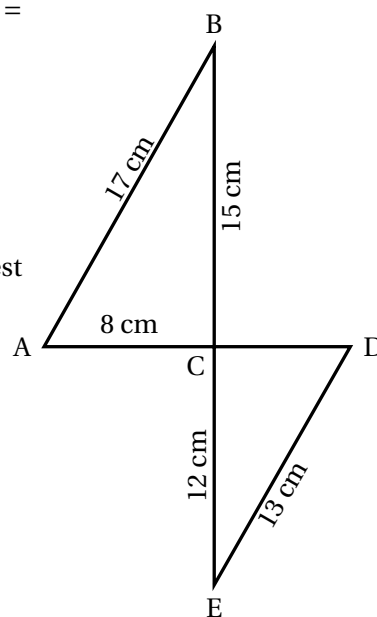
On a donc $DC = 5 \text{ (cm)}$.

Le périmètre du triangle CDE est donc égal à :

$$p = DC + CE + ED = 5 + 12 + 13 = 30 \text{ (cm)}.$$

5. On a $\tan \widehat{CDE} = \frac{CE}{CD} = \frac{12}{5} = 2,4$.

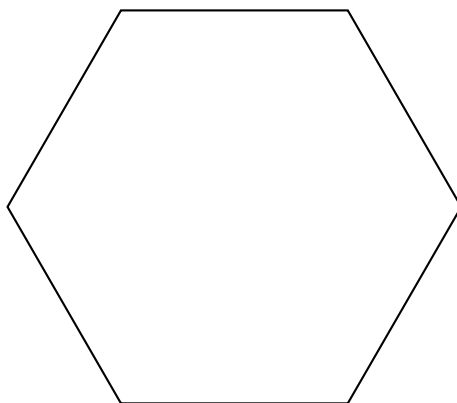
Donc $\tan \widehat{BAC} \neq \tan \widehat{DCE}$ et par conséquent $\widehat{BAC} \neq \widehat{DCE}$: les angles \widehat{BAC} et \widehat{DCE} ne sont pas alternes-internes, donc les droites (AB) et (DE) ne sont pas parallèles.



Exercice 4

19 points

1.



2. La variable est « Longueur » qui correspond à la longueur du côté de l'hexagone tracé par le bloc Motif.

3. On dessine quatre hexagones après s'être déplacé vers la droite en augmentant à chaque fois la longueur du côté : c'est donc la figure 2 qui est produite.

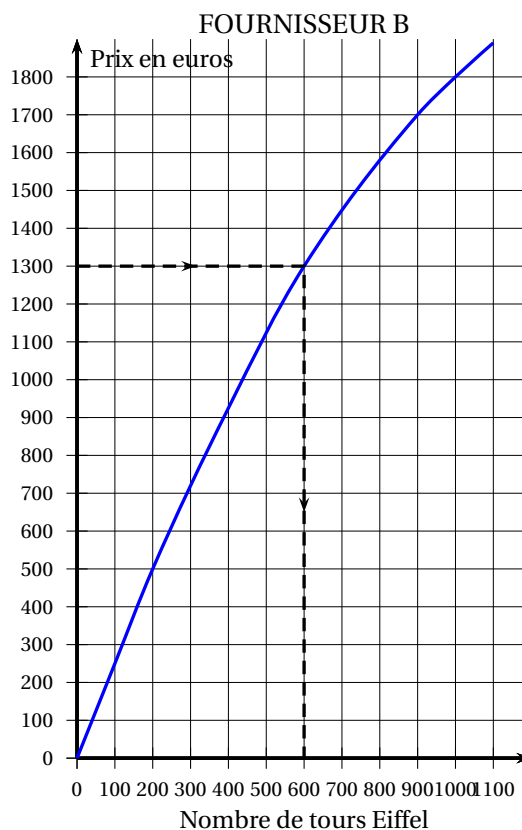
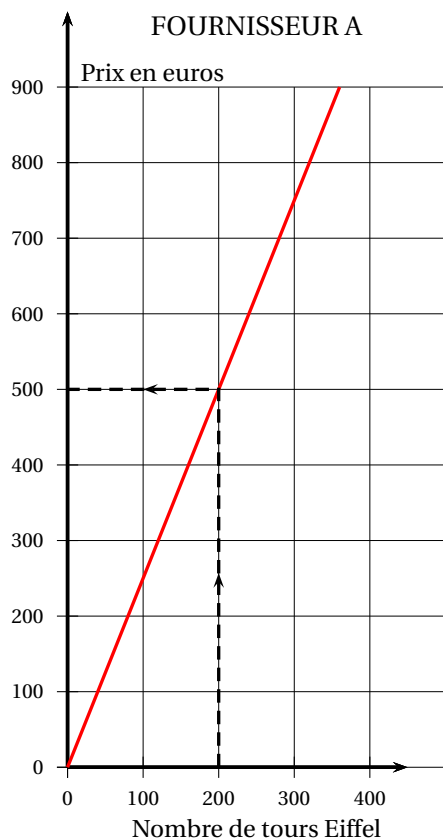
4. Il suffit de garder la taille de l'hexagone dessiné par le Motif : il suffit donc de supprimer la ligne 9.

5. Pour obtenir u carré il faut :

- + répéter 4 fois (ligne C);
- + tourner de 90° (ligne E).

Exercice 5

22 points



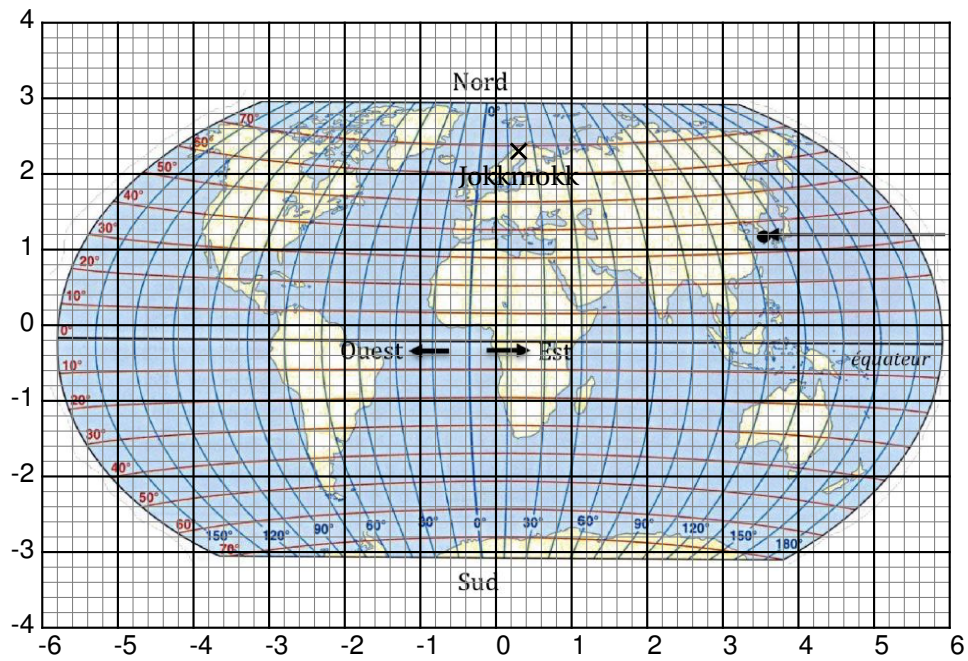
1. Par lecture graphique, avec la précision qu'elle permet, et sans justification,
 - (a) On lit sur le graphique que 200 tours Eiffel chez le fournisseur A coûtent 500 €.
 - (b) On lit sur le graphique qu'avec 1 300 euros chez le fournisseur B on peut avoir 600 tours Eiffel.
2. + La représentation graphique du prix à payer chez le fournisseur A est une droite contenant l'origine : c'est donc la représentation d'une fonction linéaire.
 + La représentation graphique du prix à payer chez le fournisseur B n'est pas une droite contenant l'origine : ce n'est donc pas la représentation d'une fonction linéaire; le prix n'est pas proportionnel au nombre de tours Eiffel achetées.
3. (a) On sait que $f(x) = ax$ avec $a \in \mathbb{R}$; comme $f(200) = a \times 200 = 500$, on déduit $a = \frac{500}{200} = 2,5$.
 On a donc pour $x \geq 0$, $y = f(x) = 2,5x$.
 (b) $f(1000) = 2,5 \times 1000 = 2500$ (€).
 (c) + Avec le fournisseur A il faut payer $f(1000) = 2500$ (€).
 + Avec le fournisseur B il faut payer d'après le graphique 1 800 (€). C'est lui le moins cher.
4. (a) Voit l'annexe à la fin.
 (b) Il faut résoudre l'équation dans :
 $150 + 2x = 580$, soit $2x = 430$ et $x = 215$.
 Chez le fournisseur C on peut acheter 215 tours Eiffel pour 580 €.
 (c) $2,5x = 150 + 2x$ donne en ajoutant à chaque membre $-2x$:
 $0,5x = 150$ et en multipliant par 2 :
 $x = 300$.
 $2,5x$ est la prix à payer chez A pour acheter x tours Eiffel et $150 + 2x$ celui à payer chez C pour acheter ces x tours Eiffel.

Résoudre l'équation $2,5x = 150 + 2x$ revient à chercher pour quelle quantité de tours Eiffel x , le prix à payer est le même chez les fournisseurs A et C.

La réponse est 300 tours Eiffel achetées chez les fournisseurs A et C coûteront $2,5 \times 300 = 750$ (€) ou $150 + 2 \times 300 = 150 + 600 = 750$ (€).

ANNEXE (à rendre avec la copie)

Exercice 1 – question 5



Exercice 5 – question 4. a.

Nombre de tours Eiffel	1	100	200	1000	x
Prix payé en euros avec le fournisseur C	152	350	550	2 150	$150 + 2x$

Exercice 1

20 points

- La température moyenne à Tours en novembre 2019 fut de $8,2\text{ }^{\circ}\text{C}$.
- $22,6 - 4,4 = 18,2\text{ }^{\circ}\text{C}$
L'étendue de cette série est de $18,2\text{ }^{\circ}\text{C}$ (différence entre le mois le plus chaud et celui le plus froid).
- Une formule possible est : « =MOYENNE(B2 :M2) ».
Une autre formule (moins efficace) possible est :
« =(B2+C2+D2+E2+F2+G2+H2+I2+J2+K2+L2+M2)/12 ».
On peut enfin utiliser la fonction SOMME.
- Avec l'hypothèse que les mois comportent tous le même nombre de jours, on peut calculer une valeur (approchée) de la température moyenne annuelle en 2019 :
$$\frac{4,4 + 7,8 + 9,6 + 11,2 + 13,4 + 19,4 + 22,6 + 20,5 + 17,9 + 14,4 + 8,2 + 7,8}{12} = \frac{157,2}{12} = 13,1.$$
La température moyenne annuelle à Tours en 2019 était de $13,1\text{ }^{\circ}\text{C}$.
- $\frac{13,1 - 11,9}{11,9} = \frac{1,2}{11,9} \approx 0,10 = 10\%$
Le pourcentage d'augmentation de la température entre 2009 et 2019 fut d'environ 10% , à 1% près.
Autre procédure élève : Appliquer une augmentation de 10% revient à multiplier par
 $\left(1 + \frac{10}{100}\right) = 1 + 0,1$ soit $1,1$.
Or, $11,9 \times 1,1 \approx 13\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Exercice 2

20 points

- $1,9$ million = 1900000 .
Or, $2000000 - 1900000 = 100000$.
Il aurait fallu 100000 visiteurs de plus en 2019 pour atteindre les 2 millions de visiteurs.
- En 2019 année non bissextile, il y a eu 365 jours et 1900000 visiteurs soit une moyenne journalière de $\frac{1900000}{365} \approx 5205$.
Il y a donc eu environ 5200 visiteurs par jour en 2019. L'affirmation est vraie.
- (a) $126 = 2 \times 63 = 2 \times 9 \times 7 = 2 \times 3^2 \times 7$
 $90 = 2 \times 45 = 2 \times 9 \times 5 = 2 \times 3^2 \times 5$.
(b) Les six diviseurs communs à 126 et à 90 sont donc : 1 ; 2 ; 3 ; $2 \times 3 = 6$; $3^2 = 9$ et $2 \times 3^2 = 18$.
(c) Le professeur pourra donc constituer au maximum **18 groupes** avec le même nombre de filles et de garçons.
Ils comporteront alors :
 - $126 \div 18 = 7$ garçons.
 - $90 \div 18 = 5$ filles.
- Les points A, E, B sont alignés ainsi que les points A, D et C.
On suppose Marie et la tour verticales (perpendiculaires au sol) donc parallèles : $(DE) \parallel (CB)$.
D'après le théorème de Thalès : $\frac{AD}{AC} = \frac{ED}{BC} \left(= \frac{AE}{AB} \right)$
Soit $\frac{2}{2 + 54,25} = \frac{1,6}{BC}$ ou $\frac{2}{56,25} = \frac{1,6}{BC}$ puis $2BC = 1,6 \times 56,25$.
On en déduit : $BC = \frac{1,6 \times 56,25}{2} = 0,8 \times 56,25 = 45\text{ (m)}$.

Exercice 3

20 points

1. Il y a $7 + 4 + 3 + 2 = 16$ jetons au total.

La probabilité $\frac{7}{16}$ est celle de l'évènement « **Obtenir un jeton vert** ». **Réponse C.**

2. $B =$ « tirer un jeton bleu ». On a $p(B) = \frac{3}{16}$.

La probabilité de ne pas tirer un jeton bleu est : $P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{3}{16} = \frac{13}{16}$. **Réponse A.**

3. L'image du motif 20 par la symétrie d'axe (d) est le **motif 17**. **Réponse A.**

4. Le motif 3 est l'image du motif 1 par la rotation **de centre O, d'angle 72°** dans le sens horaire. **Réponse B.**

5. L'aire du motif 11 est égale à **4 fois** l'aire du motif 1 car le rapport de l'homothétie est $k = 2$ (et $k^2 = 4$). **Réponse B.**

Exercice 4

20 points

1. $4^2 + 3 \times 4 - 10 = 16 + 12 - 10 = 18$

2. $(-3)^2 + 3 \times (-3) - 10 = 9 - 9 - 10 = -10$.

3. On complète l'annexe scratch comme ci-dessous.

```

1 Quand le drapeau vert est cliqué
2 demander Choisis un nombre et attendre
3 mettre x à réponse
4 mettre y à x * x
5 mettre z à y + 3 * x
6 mettre Résultat à z - 10
7 dire regroupe Le nombre final est Résultat pendant 2 secondes
  
```

4. (a) On note x le nombre initial. Le résultat final est : $x^2 + 3x - 10$.

(b) On développe : $(x + 5)(x - 2) = x^2 - 2x + 5x - 5 \times 2 = x^2 + 3x - 10$.

(c) Le résultat final est nul si et seulement si : $(x + 5)(x - 2) = 0$.

Il s'agit d'un produit nul. Cela équivaut donc à : $x + 5 = 0$ ou $x - 2 = 0$.

Soit $\boxed{x = -5 \text{ ou } x = 2}$.

Pour obtenir 0 à la fin, il n'y a que deux nombres possibles au départ : -5 ou 2 .

Exercice 5

20 points

1. $\frac{6,5}{100} \times 5,2 = 0,338$ t.

Par rapport à l'année 2007, la production annuelle de déchets par Français a diminué de 0,338 tonne (soit 338 kg).

2. (a) Comme C, H et B sont alignés, on a : $CH = CB - HB = 67 - 39 = 28$ (cm).

La longueur CH est égale à 28 cm.

(b) Le triangle CHD est rectangle en H. D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$CD^2 = CH^2 + HD^2.$$

$$53^2 = 28^2 + HD^2$$

$$2809 = 784 + HD^2$$

$$HD^2 = 2809 - 784 = 2025$$

$$\text{D'où } HD = \sqrt{2025} = 45 \text{ (cm)}.$$

(c) **Aire du trapèze en utilisant la formule fournie :**

$$\text{Aire}(ABCD) = \frac{(39 + 67) \times 45}{2} = 2385 \text{ (cm}^2\text{)} = 0,2385 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Aire du trapèze par somme : $\text{Aire}(ABCD) = \text{Aire}(ABHD) + \text{Aire}(CHD) = 39 \times 45 + \frac{28 \times 45}{2} = 1755 + 630 = 2385 \text{ (cm}^2\text{)} = 0,2385 \text{ (m}^2\text{)}.$

(d) Le composteur est un prisme, l'aire d'une de ses bases est :

$$\text{Aire}(\text{base}) = 0,2385 + (1,1 - 0,45) \times 0,67 = 0,2385 + 0,65 \times 0,67 = 0,2385 + 0,4355 = 0,674 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Son volume V est donné par :

$$V = \text{Aire de la base} \times \text{hauteur} = 0,674 \times 0,7 = 0,4718 \text{ (m}^3\text{)}.$$

L'affirmation est vraie : le composteur a un volume proche de $0,5 \text{ m}^3$ (légèrement inférieur).