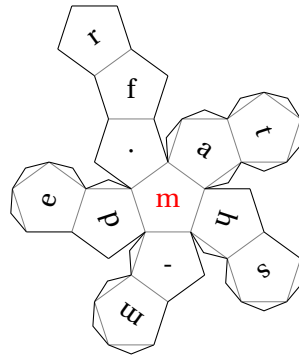
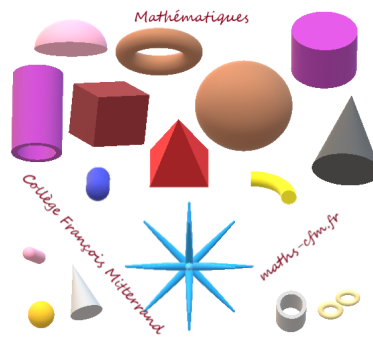


Sujets du Brevet

2019-2020



MATHÉMATIQUES



Collège François Mitterrand

Exercice 1

22 points

Dans cet exercice, toutes les questions sont indépendantes

1.

Quel nombre obtient-on avec le programme de calcul ci-contre, si l'on choisit comme nombre de départ -7 ?

Programme de calcul

Choisir un nombre de départ.
Ajouter 2 au nombre de départ.
Élever au carré le résultat.

2. Développer et réduire l'expression $(2x - 3)(4x + 1)$.

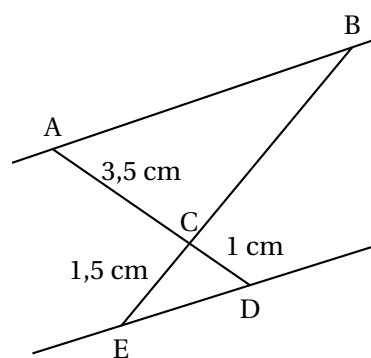
3.

Sur la figure ci-contre, qui n'est pas à l'échelle, les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

Les points A, C et D sont alignés.

Les points B, C et E sont alignés.

Calculer la longueur CB.



4. Un article coûte 22 €. Son prix baisse de 15 %. Quel est son nouveau prix?

5. Les salaires mensuels des employés d'une entreprise sont présentés dans le tableau suivant.

Salaire mensuel (en euro)	1 300	1 400	1 500	1 900	2 000	2 700	3 500
Effectif	11	6	5	3	3	1	1

Déterminer le salaire médian et l'étendue des salaires dans cette entreprise.


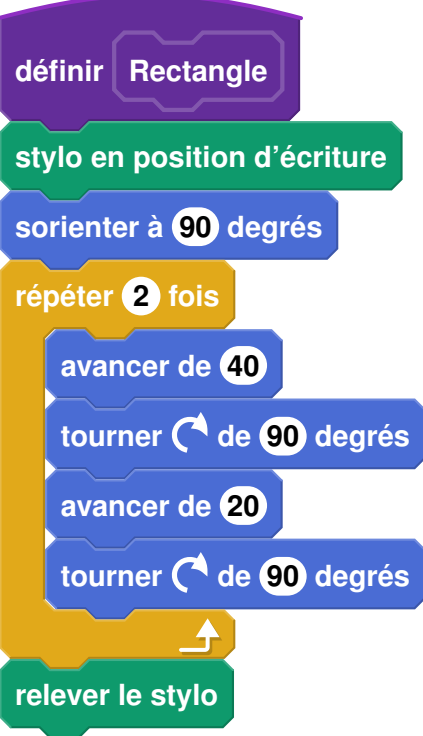
6. Quel est le plus grand nombre premier qui divise 41 895?

Exercice 2

15 points

On souhaite réaliser une frise composée de rectangles.

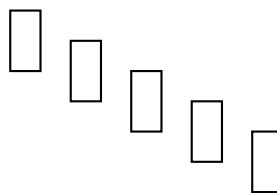
Pour cela, on a écrit le programme ci-dessous :

 <p>Script principal</p>	 <p>Bloc « rectangle »</p>
---	---

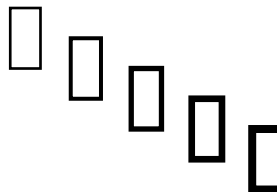
On rappelle que l'instruction « s'orienter à 90 » consiste à s'orienter horizontalement vers la droite.

Dans cet exercice, aucune justification n'est demandée

1. Quelles sont les coordonnées du point de départ du tracé?
2. Combien de rectangles sont dessinés par le script principal?
3. Dessiner à main levée la figure obtenue avec le script principal.
4. (a) Sans modifier le script principal, on a obtenu la figure ci-dessous composée de rectangles de longueur 40 pixels et de largeur 20 pixels. Proposer une modification du bloc « rectangle » permettant d'obtenir cette figure.

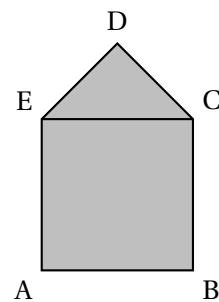


- (b) Où peut-on alors ajouter l'instruction  dans le script principal pour obtenir la figure ci-dessous?



On considère le motif initial ci-contre.

Il est composé d'un carré ABCE de côté 5 cm et d'un triangle EDC, rectangle et isocèle en D.



Partie 1

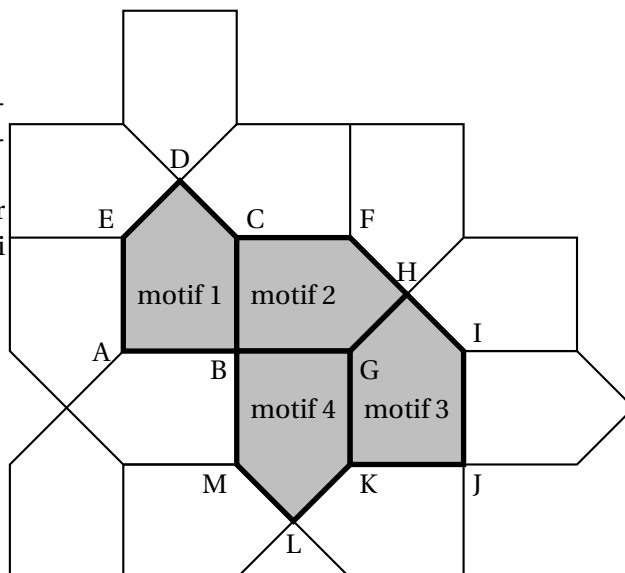
1. Donner, sans justification, les mesures des angles \widehat{DEC} et \widehat{DCE} .
2. Montrer que le côté [DE] mesure environ 3,5 cm au dixième de centimètre près.
3. Calculer l'aire du motif initial. Donner une valeur approchée au centimètre carré près.

Partie 2

On réalise un pavage du plan en partant du motif initial et en utilisant différentes transformations du plan.

Dans chacun des quatre cas suivants, donner sans justifier une transformation du plan qui permet de passer :

1. Du motif 1 au motif 2
2. Du motif 1 au motif 3
3. Du motif 1 au motif 4
4. Du motif 2 au motif 3



Partie 3

Suite à un agrandissement de rapport $\frac{3}{2}$ de la taille du motif initial, on obtient un motif agrandi.

1. Construire en vraie grandeur le motif agrandi.
2. Par quel coefficient doit-on multiplier l'aire du motif initial pour obtenir l'aire du motif agrandi?

Exercice 4

16 points

Jean possède 365 albums de bandes dessinées. Afin de trier les albums de sa collection, il les range par série et classe les séries en trois catégories : franco-belges, comics et mangas comme ci-dessous.

Séries franco-belges	Séries de comics	Séries de mangas
23 albums « Astérix » 22 albums « Tintin » 45 albums « Lucky-Luke »	35 albums « Batman » 90 albums « Spider-Man »	85 albums « One-Pièce » 65 albums « Naruto »

Il choisit au hasard un album parmi tous ceux de sa collection.

1. (a) Quelle est la probabilité que l'album choisi soit un album « Lucky-Luke »?

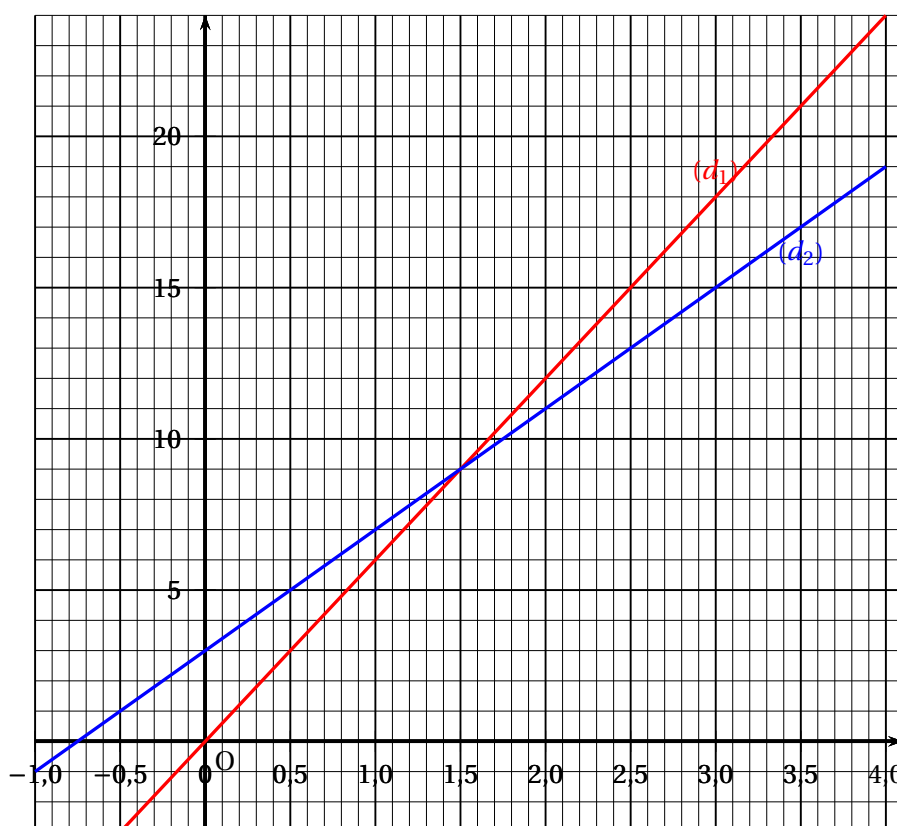
- (b) Quelle est la probabilité que l'album choisi soit un comics?
 - (c) Quelle est la probabilité que l'album choisi ne soit pas un manga?
2. Tous les albums de chaque série sont numérotés dans l'ordre de sortie en librairie et chacune des séries est complète du numéro 1 au dernier numéro.
- (a) Quelle est la probabilité que l'album choisi porte le numéro 1?
 - (b) Quelle est la probabilité que l'album choisi porte le numéro 40?

Exercice 5**21 points**

On considère les fonctions f et g suivantes :

$$f : t \mapsto 4t + 3 \quad \text{et} \quad g : t \mapsto 6t.$$

Leurs représentations graphiques (d_1) et (d_2) sont tracées ci-dessous.



1. Associer chaque droite à la fonction qu'elle représente.
2. Résoudre par la méthode de votre choix l'équation $f(t) = g(t)$.

Camille et Claude décident de faire exactement la même randonnée mais Camille part 45 min avant Claude. On sait que Camille marche à la vitesse constante de 4 km/h et Claude marche à la vitesse constante de 6 km/h.

3. Au moment du départ de Claude, quelle est la distance déjà parcourue par Camille?

On note t le temps écoulé, exprimé en heure, depuis le départ de Claude. Ainsi $t = 0$ correspond au moment du départ de Claude.

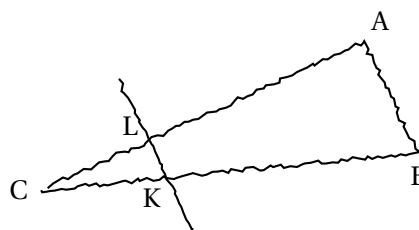
4. Expliquer pourquoi la distance en kilomètre parcourue par Camille en fonction de t peut s'écrire $4t + 3$.
5. Déterminer le temps que mettra Claude pour rattraper Camille.

Exercice 1

20 points

La figure ci-contre est dessinée à main levée. On donne les informations suivantes :

- ABC est un triangle tel que : $AC = 10,4$ cm, $AB = 4$ cm et $BC = 9,6$ cm ;
- les points A, L et C sont alignés ;
- les points B, K et C sont alignés ;
- la droite (KL) est parallèle à la droite (AB) ;
- $CK = 3$ cm.



1. À l'aide d'instruments de géométrie, construire la figure en vraie grandeur sur la copie en laissant apparents les traits de construction.
2. Prouver que le triangle ABC est rectangle en B.
3. Calculer la longueur CL en cm.
4. À l'aide de la calculatrice, calculer une valeur approchée de la mesure de l'angle \widehat{CAB} , au degré près.

Exercice 2

15 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).

Pour chacune des cinq questions, quatre réponses sont proposées, une seule d'entre elles est exacte.

Pour chacune des cinq questions, indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie .

On rappelle que toute réponse doit être justifiée.

Une réponse fausse ou l'absence de réponse ne retire pas de point.

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
1. Si on multiplie la longueur de chaque arête d'un cube par 3, alors le volume du cube sera multiplié par :	3	9	12	27
2. Lorsque x est égal à -4 , $x^2 + 3x + 4$ est égal à :	8	0	-24	-13
3. $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} =$	$\frac{2}{7}$	0,583	$\frac{7}{12}$	$\frac{1}{7}$
4. La notation scientifique de 1 500 000 000 est	15×10^{-8}	15×10^8	$1,5 \times 10^{-9}$	$1,5 \times 10^9$
5. $(x - 2) \times (x + 2)$	$x^2 - 4$	$x^2 + 4$	$2x - 4$	$2x$

Exercice 3

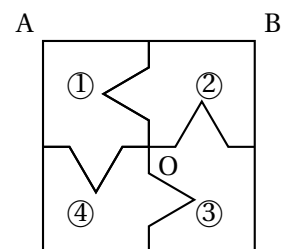
18 points

Dans cet exercice, le carré ABCD n'est pas représenté en vraie grandeur.

Aucune justification n'est attendue pour les questions 1. et 2. On attend des réponses justifiées pour la question 3.

1.

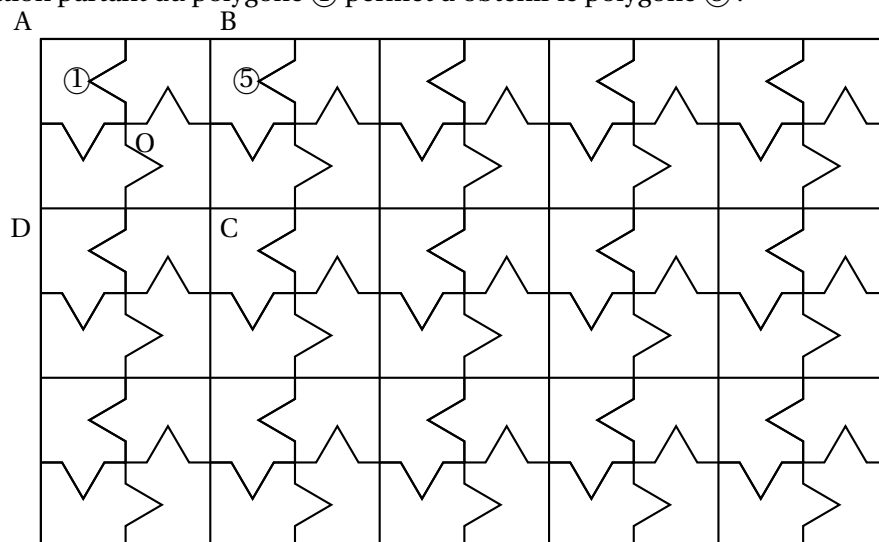
On considère le carré ABCD de centre O représenté ci-contre, partagé en quatre polygones superposables, numérotés ①, ②, ③, et ④.



(a) Quelle est l'image du polygone ① par la symétrie centrale de centre O?

(b) Quelle est l'image du polygone ④ par la rotation de centre O qui transforme le polygone ① en le polygone ②?

2. La figure ci-dessous est une partie de pavage dont un motif de base est le carré ABCD de la question 1. Quelle transformation partant du polygone ① permet d'obtenir le polygone ⑤?



3. On souhaite faire imprimer ces motifs sur un tissu rectangulaire de longueur 315 cm et de largeur 270 cm.

On souhaite que le tissu soit entièrement recouvert par les carrés identiques à ABCD, sans découpe et de sorte que le côté du carré mesure un nombre entier de centimètres.

(a) Montrer qu'on peut choisir des carrés de 9 cm de côté.

(b) Dans ce cas, combien de carrés de 9 cm de côté seront imprimés sur le tissu?

Exercice 4

24 points

Voici la série des temps exprimés en secondes, et réalisés par des nageuses lors de la finale du 100 mètres féminin nage libre lors des championnats d'Europe de natation de 2018 :

53,23	54,04	53,61	54,52	53,35	52,93	54,56	54,07
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

1. La nageuse française, Charlotte BONNET, est arrivée troisième à cette finale. Quel est le temps, exprimé en secondes, de cette nageuse?
2. Quelle est la vitesse moyenne, exprimée en m/s, de la nageuse ayant parcouru les 100 mètres en 52,93 secondes? Arrondir au dixième près.
3. Comparer moyenne et médiane des temps de cette série.

Sur une feuille de calcul, on a reporté le classement des dix premiers pays selon le nombre de médailles d'or lors de ces championnats d'Europe de natation, toutes disciplines confondues :

	A	B	C	D	E	F
1	Rang	Nation	Or	Argent	Bronze	Total
2	1	Russie	23	15	9	47
3	2	Grande-Bretagne	13	12	9	34
4	3	Italie	8	12	19	39
5	4	Hongrie	6	4	2	12
6	5	Ukraine	5	6	2	13
7	6	Pays-Bas	5	5	2	12
8	7	France	4	2	6	12
9	8	Suède	4	0	0	4
10	9	Allemagne	3	6	10	19
11	10	Suisse	1	0	1	2

4. Est-il vrai qu'à elles deux, la Grande-Bretagne et l'Italie ont obtenu autant de médailles d'or que la Russie?
5. Est-il vrai que plus de 35 % des médailles remportées par la France sont des médailles d'or?
6. Quelle formule a-t-on pu saisir dans la cellule F2 de cette feuille de calcul, avant qu'elle soit étirée vers le bas jusqu'à la cellule F11?

Exercice 5**23 points**

On dispose de deux urnes :

- une urne bleue contenant trois boules bleues numérotées : ②, ③ et ④.
- une urne rouge contenant quatre boules rouges numérotées : ②, ③, ④ et ⑤.

Dans chaque urne, les boules sont indiscernables au toucher et ont la même probabilité d'être tirées.

Urne bleue ② ③ ④	Urne rouge ② ③ ④ ⑤
---------------------	-----------------------

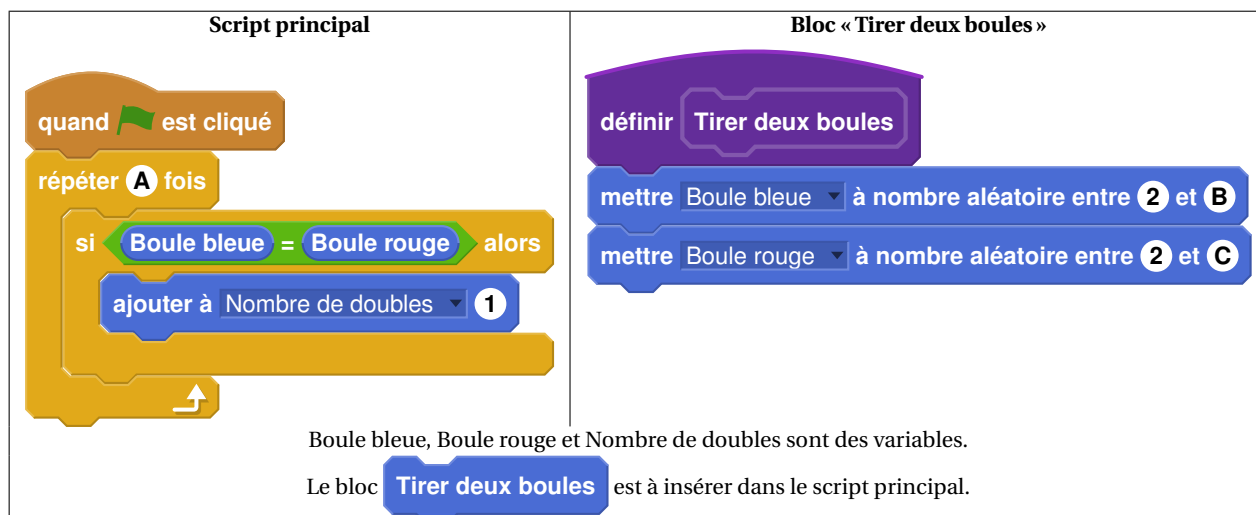
On s'intéresse à l'expérience aléatoire suivante :

« On tire au hasard une boule bleue et on note son numéro, puis on tire au hasard une boule rouge et on note son numéro. »

Exemple : si on tire la boule bleue numérotée ③, puis la boule rouge numérotée ④, le tirage obtenu sera noté (3 ; 4).

On précise que le tirage (3 ; 4) est différent du tirage (4 ; 3).

1. On définit les deux évènements suivants :
 - « On obtient deux nombres premiers » et « La somme des deux nombres est égale à 12 »
 - (a) Pour chacun des deux évènements précédents, dire s'il est possible ou impossible lorsqu'on effectue l'expérience aléatoire.
 - (b) Déterminer la probabilité de l'évènement « On obtient deux nombres premiers ».
2. On obtient un « double » lorsque les deux boules tirées portent le même numéro.
Justifier que la probabilité d'obtenir un « double » lors de cette expérience, est $\frac{1}{4}$.
3. Dans cette question, aucune justification n'est attendue.
On souhaite simuler cette expérience 1 000 fois.
Pour cela, on a commencé à écrire un programme, à ce stade, encore incomplet. Voici des copies d'écran :



(a) Par quels nombres faut-il remplacer les lettres A, B et C?

(b) Dans le script principal, indiquer où placer le bloc **Tirer deux boules**

(c) Dans le script principal, indiquer où placer le bloc **mettre** Nombre de doubles à **0**

(d) On souhaite obtenir la fréquence d'apparition du nombre de « doubles » obtenus.

Parmi les instructions ci-dessous, laquelle faut-il placer à la fin du script principal après la boucle « répéter »?

Proposition ①	Proposition ②	Proposition ③

Exercice 1

20 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).

Pour chaque question, une seule des trois réponses proposées est exacte.

Sur la copie, indiquer le numéro de la question et recopier, sans justifier, la réponse choisie.

Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. On donne la série de nombres suivante : 10; 6; 2; 14; 25; 12; 22. La médiane est :	12	13	14
2. Un sac opaque contient 50 billes bleues, 45 rouges, 45 vertes et 60 jaunes. Les billes sont indiscernables au toucher. On tire une bille au hasard dans ce sac. La probabilité que cette bille soit jaune est :	60	0,3	$\frac{1}{60}$
3. La décomposition en facteurs premiers de 2 020 est :	$2 \times 10 \times 101$	$5 \times 5 \times 101$	$2 \times 2 \times 5 \times 101$
4. La formule qui permet de calculer le volume d'une boule de rayon R est :	$2\pi R$	πR^2	$\frac{4}{3}\pi R^3$
5. Une homothétie de centre A et de rapport -2 est une transformation qui :	agrandit les longueurs	réduit les longueurs	conserve les longueurs

Exercice 2

20 points

On considère le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre;
- Ajouter 7 à ce nombre;
- Soustraire 7 au nombre choisi au départ;
- Multiplier les deux résultats précédents;
- Ajouter 50.

1. Montrer que si le nombre choisi au départ est 2, alors le résultat obtenu est 5.
2. Quel est le résultat obtenu avec ce programme si le nombre choisi au départ est -10 ?
3. Un élève s'aperçoit qu'en calculant le double de 2 et en ajoutant 1, il obtient 5, le même résultat que celui qu'il a obtenu à la question 1.
Il pense alors que le programme de calcul revient à calculer le double du nombre de départ et à ajouter 1.
A-t-il raison?
4. Si x désigne le nombre choisi au départ, montrer que le résultat du programme de calcul est $x^2 + 1$.
5. Quel(s) nombre(s) doit-on choisir au départ du programme de calcul pour obtenir 17 comme résultat?

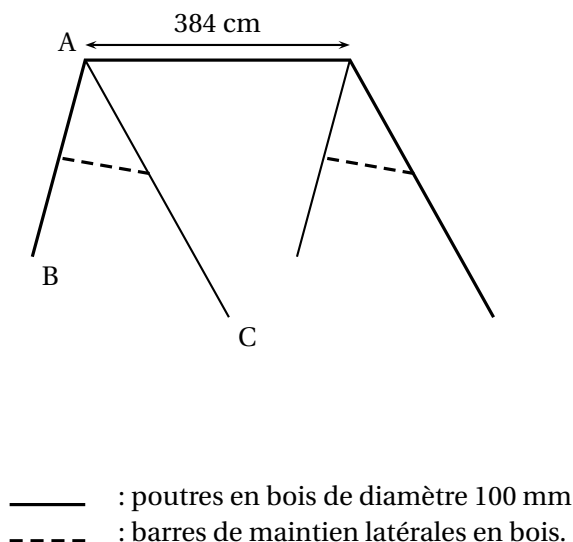
Exercice 3

23 points

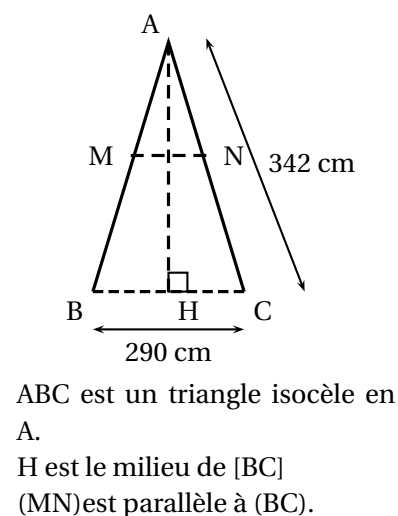
Une entreprise fabrique des portiques pour installer des balançoires sur des aires de jeux.

Document 1 : croquis d'un portique

Vue d'ensemble



Vue de côté

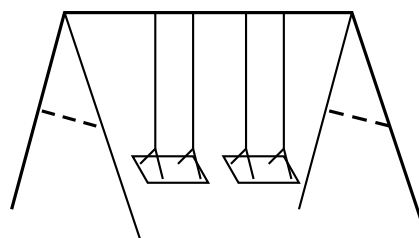
**Document 2 : coût du matériel**

Poutres en bois de diamètre 100 mm :

- Longueur 4 m : 12,99 € l'unité;
- Longueur 3,5 m : 11,75 € l'unité;
- Longueur 3 m : 10,25 € l'unité.

Barres de maintien latérales en bois :

- Longueur 3 m : 6,99 € l'unité;
- Longueur 2 m : 4,75 € l'unité;
- Longueur 1,5 m : 3,89 € l'unité.



Ensemble des fixations nécessaires pour un portique : 80 €.

Ensemble de deux balançoires pour un portique : 50 €.

1. Déterminer la hauteur AH du portique, arrondie au cm près.
2. Les barres de maintien doivent être fixées à 165 cm du sommet ($AN = 165$ cm). Montrer que la longueur MN de chaque barre de maintien est d'environ 140 cm.
3. Montrer que le coût minimal d'un tel portique équipé de balançoires s'élève à 196,98 €.
4. L'entreprise veut vendre ce portique équipé 20 % plus cher que son coût minimal. Déterminer ce prix de vente arrondi au centime près.
5. Pour des raisons de sécurité, l'angle \widehat{BAC} doit être compris entre 45° et 55° .
Ce portique respecte-t-il cette condition?

Exercice 4**23 points**

Une association propose diverses activités pour occuper les enfants pendant les vacances scolaires.

Plusieurs tarifs sont proposés :

- Tarif A : 8 € par demi-journée;
- Tarif B : une adhésion de 30 € donnant droit à un tarif préférentiel de 5 € par demi-journée

Un fichier sur tableur a été préparé pour calculer le coût à payer en fonction du nombre de demi-journées d'activités pour chacun des tarifs proposés :

	A	B	C	D	E	F
1	Nombre de demi-journées	1	2	3	4	5
2	Tarif A	8	16			
3	Tarif B	35	40			

Les questions 1, 2, 4 et 5 ne nécessitent pas de justification.

1. Compléter ce tableau sur l'annexe 1.
2. Retrouver parmi les réponses suivantes la formule qui a été saisie dans la cellule B3 avant de l'étirer vers la droite :

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D	Réponse E
$= 8 * B1$	$= 30 * B1 + 5$	$= 5 * B1 + 30 * B1$	$= 30 + 5 * B1$	$= 35$

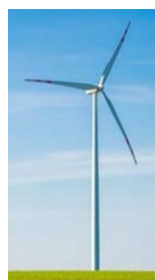
3. On considère les fonctions f et g qui donnent les tarifs à payer en fonction du nombre x de demi-journées d'activités :
 - Tarif A : $f(x) = 8x$
 - Tarif B : $g(x) = 30 + 5x$

Parmi ces fonctions, quelle est celle qui traduit une situation de proportionnalité ?

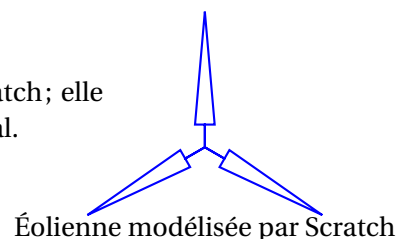
4. Sur le graphique de l'annexe 2, on a représenté la fonction g . Représenter sur ce même graphique la fonction f .
5. Déterminer le nombre de demi-journées d'activités pour lequel le tarif A est égal au tarif B.
6. Avec un budget de 100 €, déterminer le nombre maximal de demi-journées auxquelles on peut participer. Décrire la méthode choisie.

Exercice 5

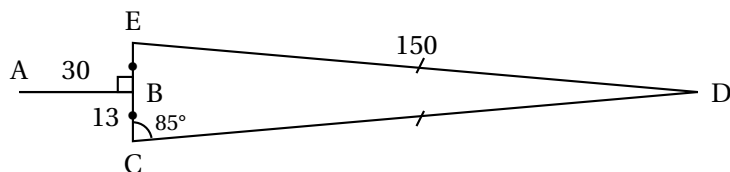
14 points



On cherche à dessiner une éolienne avec le logiciel Scratch ; elle est formée de 3 pales qui tournent autour d'un axe central.



1. La figure ci-dessous représente une pale d'éolienne.



- DEC est un triangle isocèle en D ;
- B est le milieu de [EC] ;
- [AB] est perpendiculaire à [EC] ;
- $\widehat{ECD} = 85^\circ$.

a. Montrer que l'angle $\widehat{CDE} = 10^\circ$.

b. Le script « pale » ci-contre permet de tracer une pale de l'éolienne avec le logiciel Scratch.

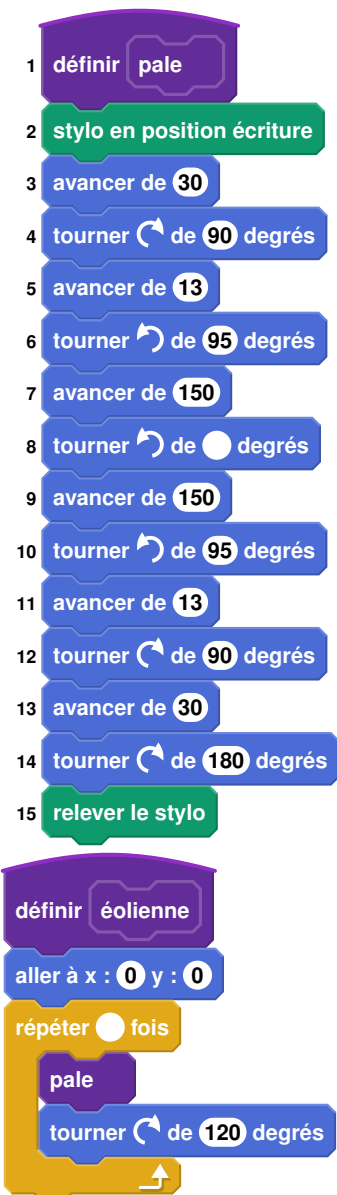
Pourquoi la valeur indiquée dans le bloc de la ligne n° 6 est-elle 95 ?

c. Dans ce même script « pale », par quelle valeur doit-on compléter le bloc situé à la ligne n° 8 ?

Recopier cette valeur sur votre copie.

2. Le script « éolienne » ci-contre permet de tracer l'éolienne avec le logiciel Scratch.

Par quelle valeur doit-on compléter la boucle « répéter » ? Recopier cette valeur sur votre copie.

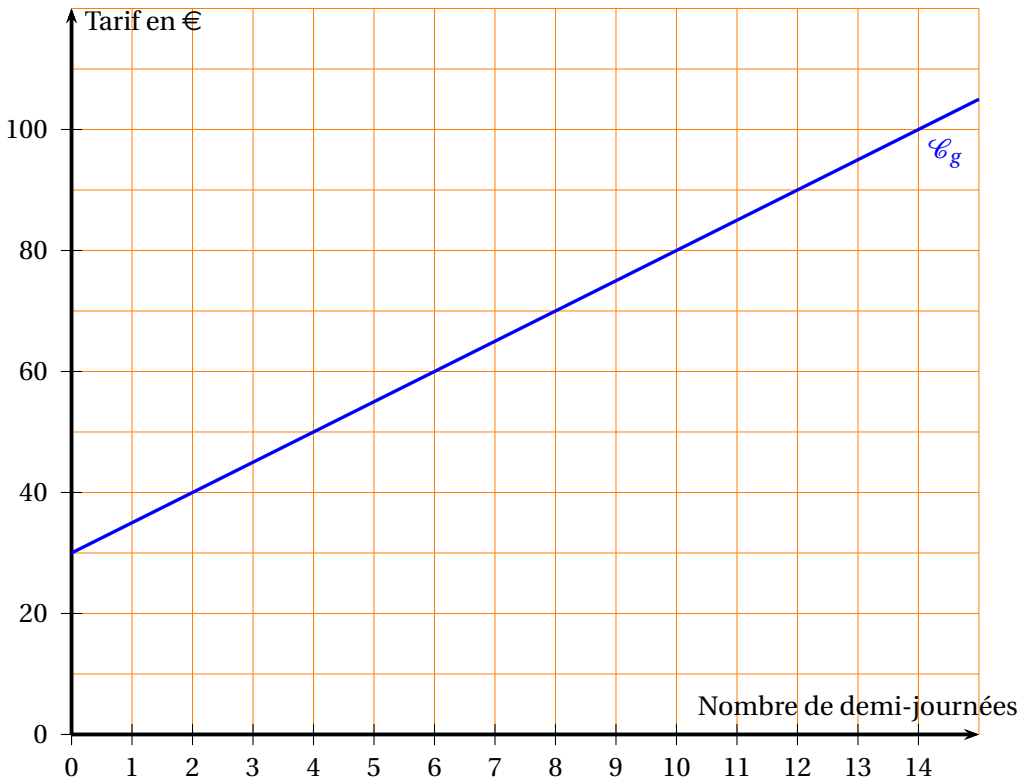


ANNEXES à rendre avec votre copie

Annexe 1 - Question 1

	A	B	C	D	E	F
1	Nombre de demi-journées	1	2	3	4	5
2	Tarif A	8	16			
3	Tarif B	35	40			

Annexe 2 - Question 4



Exercice 1 : QCM

18 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, une seule des trois réponses proposées est exacte.

Sur la copie, indiquer le numéro de la question et la réponse A, B ou C choisie.

Aucune justification n'est demandée.

Aucun point, ne sera enlevé en cas de mauvaise réponse.

Propositions			Réponse A	Réponse B	Réponse C
1.	$\frac{5}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{3}{2}$ est égal à :		$\frac{2}{3}$	2	$\frac{7}{6}$
2.	L'écriture scientifique de 245×10^{-5} est :		245×5	$2,45 \times 10^{-3}$	$2,45 \times 10^{-7}$
3.	On donne les durées en minutes entre les différents arrêts d'une ligne de bus :	La durée moyenne est :	3 min	4 min	5 min
4.		La durée médiane est :	3 min	4 min	5 min
5.	Un jeu de 32 cartes comporte 4 rois. On tire au hasard une carte du jeu. Quelle est la probabilité d'obtenir un roi?		$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{3}{32}$
6.	Une ville située sur l'équateur peut avoir pour coordonnées :		(45°N; 45°E)	(78°N; 0°E)	(0°N; 78°O)

Exercice 2 : La facture

8 points

Un prix TTC (Toutes Taxes Comprises) s'obtient en ajoutant la taxe appelée TGC (Taxe Générale sur la Consommation) au prix HT (Hors Taxes).

En Nouvelle-Calédonie, il existe quatre taux de TGC selon les cas : 22 %, 11 %, 6 % et 3 %.

Alexis vient de faire réparer sa voiture chez un carrossier.

Voici un extrait de sa facture qui a été tachée par de la peinture.

Les colonnes B, D et E désignent des prix en francs.

	A	B	C	D	E
1	Référence	Prix HT	TGC (en %)	Montant TGC	Prix TTC
2	Phare avant	64 000	22 %	14 080	78 080
3	Pare-chocs	18 000	22 %		21 960
4	Peinture	11 700	11 %	1 287	12 987
5	Main d'uvre	24 000		1 440	25 440
6	TOTAL À RÉGLER (en Francs)				138 467

1. Quel est le montant TGC pour le pare-chocs ?
2. Quel est le pourcentage de la TGC qui s'applique à la main d'uvre ?
3. La facture a été faite à l'aide d'un tableur.
Quelle formule a été saisie dans la cellule E6 pour obtenir le total à payer ?

Exercice 3 : Programmes de calcul

11 points

On donne les deux programmes de calcul suivants :

Programme A	Programme B
<ul style="list-style-type: none"> • Choisir un nombre • Soustraire 5 à ce nombre • Multiplier le résultat par le nombre de départ 	<ul style="list-style-type: none"> • Choisir un nombre • Mettre ce nombre au carré • Soustraire 4 au résultat

1. Alice choisit le nombre 4 et applique le programme A.
Montrer qu'elle obtiendra -4 .
2. Lucie choisit le nombre -3 et applique le programme B.
Quel résultat va-t-elle obtenir?

Tom souhaite trouver un nombre pour lequel des deux programmes de calculs donneront le même résultat.

Il choisit x comme nombre de départ pour les deux programmes.

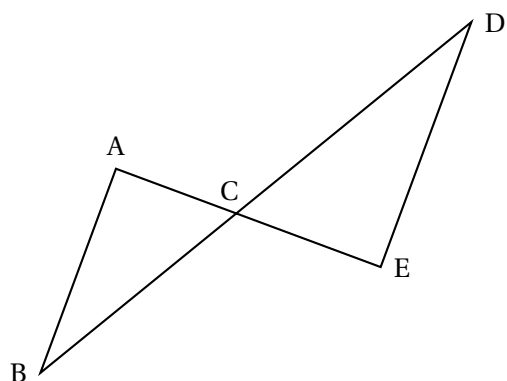
3. Montrer que le résultat du programme A peut s'écrire $x^2 - 5x$.
4. Exprimer en fonction de x le résultat obtenu avec le programme B.
5. Quel est le nombre que Tom cherche?

Toute trace de recherche même non aboutie sera prise, en compte dans la notation.

EXERCICE 4 : La régate

16 points

$AB = 400$, $AC = 300$, $BC = 500$ et $CD = 700$.



Les droites (AE) et (BD) se coupent en C
Les droites (AB) et (DE) sont parallèles

1. Calculer la longueur DE.
2. Montrer que le triangle ABC est rectangle,
3. Calculer la mesure de l'angle \widehat{ABC} . Arrondir au degré.

Lors d'une course les concurrents doivent effectuer plusieurs tours du parcours représenté ci-dessus. Ils partent du point A, puis passent par les points B, C, D et E dans cet ordre puis de nouveau par le point C pour ensuite revenir au point A.

Maltéo, le vainqueur, a mis 1 h 48 min pour effectuer les 5 tours du parcours. La distance parcourue pour faire un tour est 2 880 m.

4. Calculer la distance totale parcourue pour effectuer les 5 tours du parcours.
5. Calculer la vitesse moyenne de Maltéo. Arrondir à l'unité.

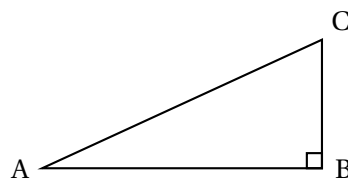
EXERCICE 5 : La corde

7 points

Le triangle ABC rectangle en B ci-dessous est tel que $AB = 5$ m et $AC = 5,25$ m.

1.

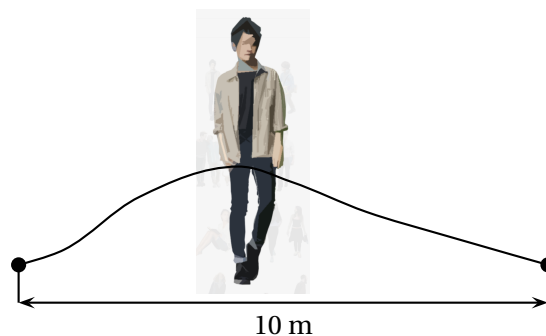
Calculer, en m, la longueur BC.
Arrondir au dixième.



Une corde non élastique de 10,5 m de long est fixée au sol par ses deux extrémités entre deux poteaux distants de 10 m.

2.

Melvin qui mesure 1,55 m pourrait-il passer sous cette corde sans se baisser en la soulevant par le milieu?



Toute trace de recherche même non aboutie sera prise en compte dans la notation.

EXERCICE 6 : Les étiquettes

14 points

- Justifier que le nombre 102 est divisible par 3.
- On donne la décomposition en produits de facteurs premiers de $85 : 85 = 5 \times 17$.
Décomposer 102 en produits de facteurs premiers.
- Donner 3 diviseurs non premiers du nombre 102.

Un libraire dispose d'une feuille cartonnée de 85 cm sur 102 cm.

Il souhaite découper dans celle-ci, en utilisant toute la feuille, des étiquettes carrées.

Les côtés de ces étiquettes ont tous la même mesure.

- Les étiquettes peuvent-elles avoir 34 cm de côté? Justifier.
- Le libraire découpe des étiquettes de 17 cm de côté.
Combien d'étiquettes pourra-t-il découper dans ce cas?

EXERCICE 7 : L'habitation

15 points

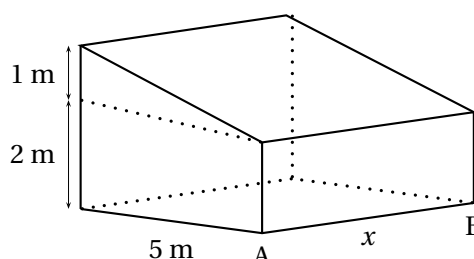
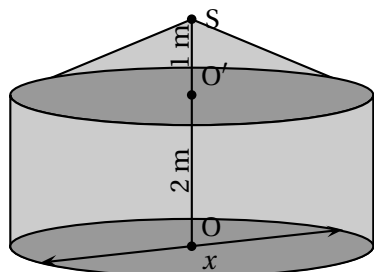
Nolan souhaite construire une habitation.

Il hésite entre une **case** et une **maison** en forme de prisme droit.

La case est représentée par un cylindre droit d'axe (OO') surmontée d'un cône de révolution de sommet S.

Les dimensions sont données sur les figures suivantes.

x représente à la fois le diamètre de la case et la longueur AB du prisme droit.



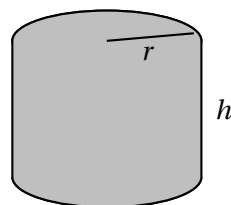
Partie 1 :

Dans cette partie, on considère que $x = 6$ m.

1. Montrer que le volume exact de la partie cylindrique de la case est $18\pi \text{ m}^3$.
2. Calculer le volume de la partie conique. Arrondir à l'unité.
3. En déduire que le volume total de la case est environ 66 m^3 .

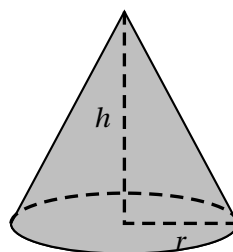
Rappels :

Cylindre rayon de base r et de hauteur h



$$\text{Volume} = \pi \times r^2 \times h$$

Cône rayon de base r et de hauteur h



$$\text{Volume} = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$$

Partie 2 :

Dans cette partie, le diamètre est exprimé en mètre, le volume en m^3 .

Sur l'**annexe** page 36, on a représenté la fonction qui donne le volume total de la case en fonction de son diamètre x .

1. Par lecture graphique, donner une valeur approchée du volume d'une case de 7 m de diamètre.
Tracer des pointillés permettant la lecture.

La fonction qui donne le volume de la maison en forme de prisme droit est définie par

$$V(x) = 12,5x.$$

2. Calculer l'image de 8 par la fonction V .
3. Quelle est la nature de la fonction V ?
4. Sur l'**annexe** page 36, tracer la représentation graphique de la fonction V .

Pour des raisons pratiques, la valeur maximale de x est de 6 m. Nolan souhaite choisir la construction qui lui offre le plus grand volume.

5. Quelle construction devra-t-il choisir? Justifier.

EXERCICE 8 : Scratch**11 points**

Le script suivant permet de tracer le carré de côté 50 unités .

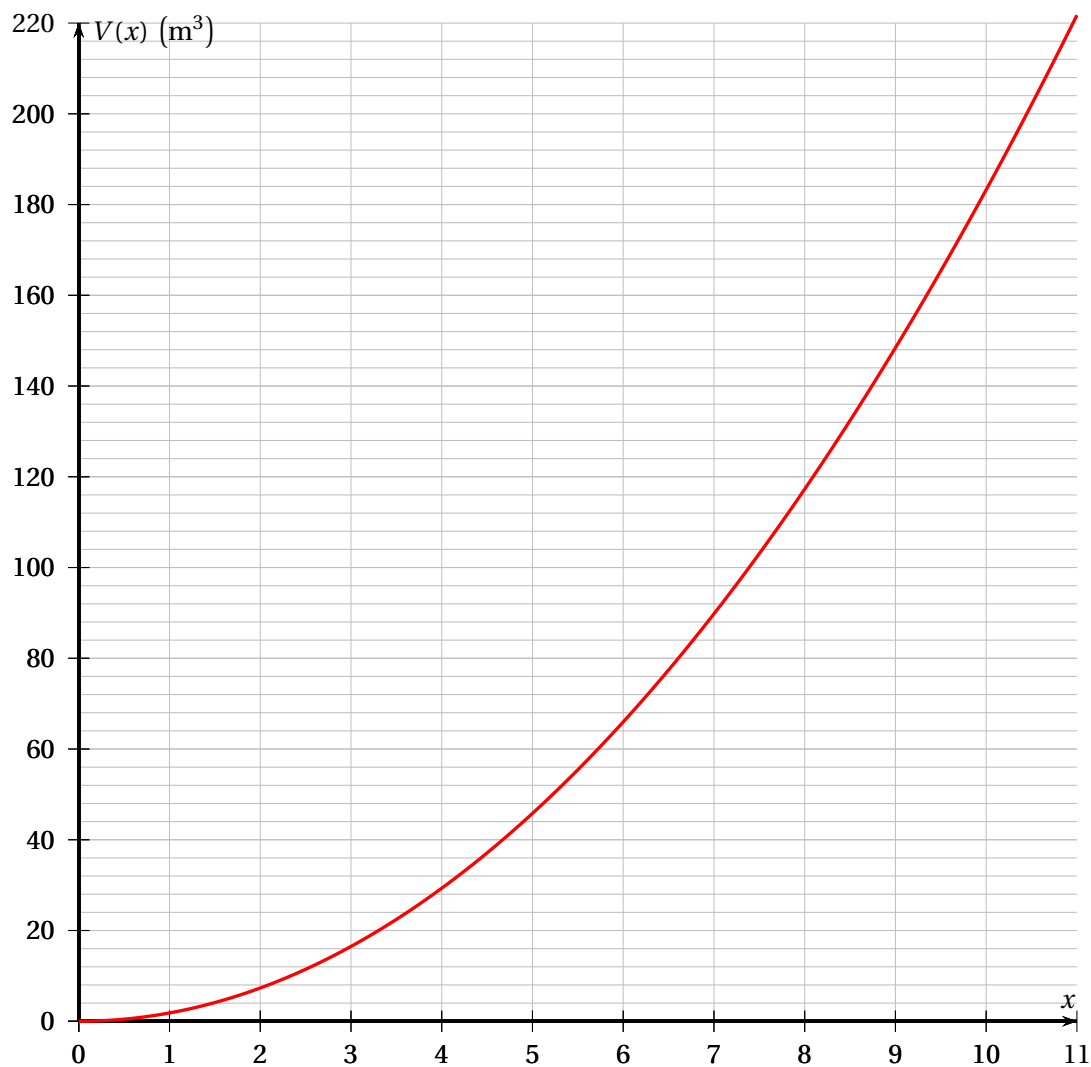


1. Sur l'annexe page 37, compléter le script pour obtenir un triangle équilatéral de coté 80 unités.

On a lancé le script suivant :



2. Entourer sur l'annexe page 37, la figure obtenue avec ce script.

ANNEXE 1**Exercice 7 :**
Partie 2 : question 1 et 3**Volume de la case en fonction de x** 

ANNEXE 2

Exercice 8 question 1

Script à compléter



Exercice 8 question 2

Figure 1

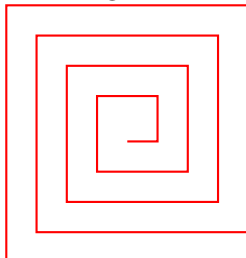


Figure 2

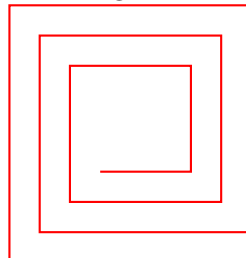
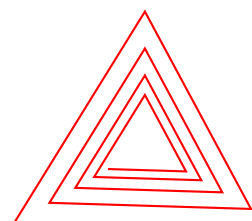


Figure 3



Exercice 1

22 points

Dans cet exercice, toutes les questions sont indépendantes

- On obtient $-7 \rightarrow -5 \rightarrow (-5)^2 = 25$.
- $(2x - 3)(4x + 1) = 8x^2 + 2x - 12x - 3 = 8x^2 - 10x - 3$.
- Les droites (AB) et (DE) sont parallèles, d'après le théorème de Thalès, on peut écrire :
 $\frac{CB}{CE} = \frac{CA}{CD}$, soit ici $\frac{CB}{1,5} = \frac{3,5}{1}$, d'où $CB = 3,5 \times 1,5 = 5,25$ (cm).
- Enlever 15 %, c'est multiplier par $1 - \frac{15}{100} = 1 - 0,15 = 0,85$.
 Le nouveau prix est donc : $22 \times 0,85 = 18,70$ (€).
- IL y a $11 + 6 + 5 + 3 + 3 + 1 + 1 = 30$ salariés. Le 15^e et le 16^e salaire sont de 1 400 € qui est le salaire médian.
 L'étendue est $3500 - 1300 = 2200$.
- Quel est le plus grand nombre premier qui divise 41 895 ?
 41 895 est multiple de 5 : $41895 = 5 \times 8379$ et 8379 est un multiple de 9 : $8379 = 9 \times 931$ qui est multiple de 7 :
 $931 = 7 \times 133$.
 Enfin 133 est multiple de 7 : $133 = 7 \times 19$.
 Avec $9 = 3^2$, on a donc :
 $41895 = 3^2 \times 5 \times 7^2 \times 19$.
 Le plus grand diviseur premier de 41 895 est donc 19.

Exercice 2

15 points

- Le point de départ a pour coordonnées (0 ; 0).
- 5 rectangles sont dessinés.
- On obtient un rectangle le longueur 40 et de largeur 20.
- (a) Il suffit d'échanger le 40 et le 20 de « avancer » dans le bloc « Rectangle ».
 (b) Il faut ajouter cette instruction à la fin du « répéter 5 fois ».

Exercice 3

26 points

Partie 1

- \widehat{DEC} et \widehat{DCE} angles aigus d'un triangle rectangle isocèle ont pour mesure 45° .
- D'après le théorème de Pythagore dans le triangle EDC rectangle en D, on a :
 $DE^2 + DC^2 = EC^2$, soit puisque $DE = DC$,
 $2DE^2 = 5^2 = 25$, d'où $DE^2 = 12,5$.
 Finalement $DE = \sqrt{12,5} \approx 3,53$ soit environ 3,5 cm au dixième près.
- L'aire du carré est égale à : $5^2 = 25$.
 L'aire du triangle est égale à $\frac{DE \times DC}{2} = \frac{DE^2}{2} = \frac{12,5}{2} = 6,25$.
 L'aire du motif est donc égale à : $25 + 6,25 = 31,25$ cm², soit 31 cm² au centimètre carré près.

Partie 2

1. La rotation de centre B et d'angle 90° dans le sens horaire.
2. La translation de vecteur AK.
3. La rotation de centre B et d'angle 180° (ou symétrie autour de B).
4. La rotation de centre H et d'angle 90° dans le sens anti-horaire.

Partie 3

1. On dessine un carré de $\frac{3}{2} \times 5 = \frac{18}{2} = 9$, 3 cm de côté.
2. La longueur de chaque côté ayant été multipliée par $\frac{3}{2}$, l'aire est multipliée par $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} = 2,25$.

Exercice 4**16 points**

Il choisit au hasard un album parmi tous ceux de sa collection.

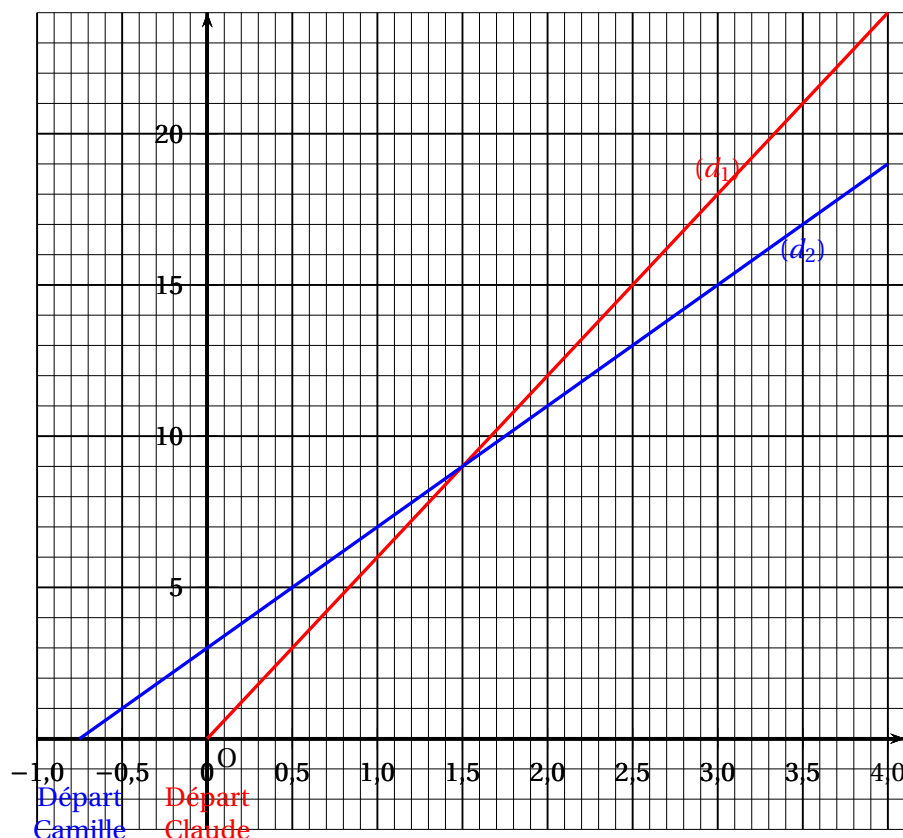
1. (a) Il y a 45 albums « Lucky-Luke » sur 365 albums en tout ; la probabilité est donc égale à $\frac{45}{365} = \frac{5 \times 9}{5 \times 73} = \frac{9}{73}$.
(b) Il y a $35 + 90 = 125$ albums comics sur 365 albums en tout ; la probabilité est donc égale à $\frac{125}{365} = \frac{5 \times 25}{5 \times 73} = \frac{25}{73}$.
(c) Il y a $85 + 65 = 150$ mangas sur 365 albums en tout ; la probabilité de choisir un manga est donc égale à $\frac{150}{365} = \frac{5 \times 30}{5 \times 73} = \frac{30}{73}$.
Donc la probabilité de ne pas choisir un manga est : $1 - \frac{30}{73} = \frac{43}{73}$.
2. (a) Il y a donc 7 albums numérotés 1. La probabilité de choisir un album numéroté 1 est donc $\frac{7}{365}$.
(b) Il y a 4 albums numérotés 40, donc la probabilité de choisir un album numéroté 40 est donc $\frac{4}{365}$.

Exercice 5**21 points**

On considère les fonctions f et g suivantes :

$$f : t \longmapsto 4t + 3 \quad \text{et} \quad g : t \longmapsto 6t.$$

Leurs représentations graphiques (d_1) et (d_2) sont tracées ci-dessous.



1. (d_1) est la représentation d'une fonction linéaire donc de la fonction g ; effectivement $g(1) = 6$.
Donc (d_2) la représentation d'une fonction affine f ; effectivement $f(2) = 4 \times 2 + 3 = 11$.
2. • *Graphiquement* : on voit que les deux droites sont sécantes en $(1,5; 9)$. On a donc $S = \{1,5\}$.
• *Par le calcul* : $f(t) = g(t)$ soit $4t + 3 = 6t$ d'où en ajoutant $-4t$ à chaque membre :
 $3 = 2t$ et en multipliant chaque membre par $\frac{1}{2}$: $\frac{3}{2} = 1,5 = t$.

3. Camille a marché pendant 45 min soit $\frac{45}{60} = \frac{3 \times 15}{4 \times 15} = \frac{3}{4}$ (h).
Elle a donc parcouru : $4 \times \frac{3}{4} = 4 \times 3 \times \frac{1}{4} = 3$ (km).

On note t le temps écoulé, exprimé en heure, depuis le départ de Claude. Ainsi $t = 0$ correspond au moment du départ de Claude.

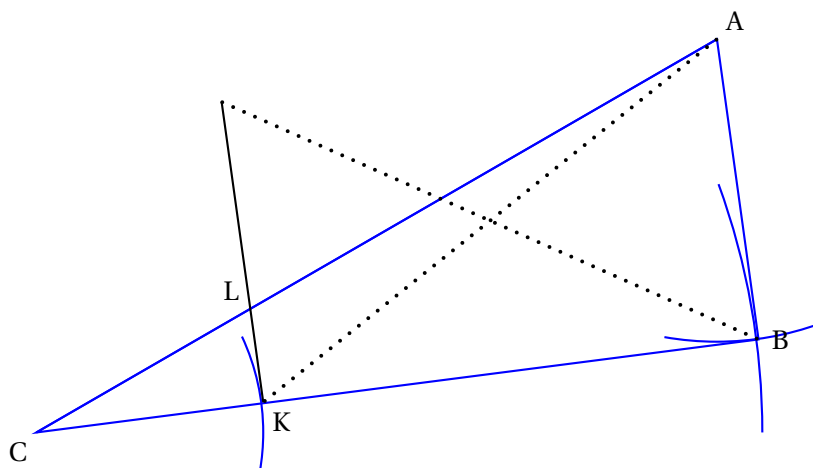
4. La distance parcourue par Camille est proportionnelle à sa vitesse soit 4 (km/h), mais pour $t = 0$, elle a déjà parcouru 3 km, donc la distance parcourue à partir du moment où Claude démarre est $3 + 4t = 4t + 3 = f(t)$.
5. La distance parcourue par Claude est proportionnelle à sa vitesse 6 (km/h), donc égale à $6t = g(t)$.

Claude rattrape Camille quand ils sont à la même distance du départ, donc au point commun aux deux droites (question 2.) donc au bout de 1,5 h soit 1 h 30 min à 9 km du départ.

Exercice 1

20 points

1.



2. On a $AC^2 = 10,4^2 = 108,16$;
 $AB^2 + CB^2 = 4^2 + 9,6^2 = 16 + 92,16 = 108,16$.
 On a donc $AC^2 = AB^2 + CB^2$; d'après la réciproque du théorème de Pythagore cette égalité montre que le triangle ABC est rectangle en B.
3. Puisque les droites (BC) et (KL) sont parallèles on a une configuration de Thalès.
 Donc $\frac{CK}{CB} = \frac{CL}{CA}$ ou $\frac{3}{9,6} = \frac{CL}{10,4}$; on en déduit que $CL = 10,4 \times \frac{3}{9,6} = 10,4 \times \frac{1}{3,2} = \frac{10,4}{3,2} = \frac{104}{32} = \frac{26}{8} = \frac{13}{4} = 3,25$ cm.
4. On a en utilisant par exemple le cosinus :
 $\cos \widehat{CAB} = \frac{AB}{AC} = \frac{4}{10,4} \approx 0,385$.
 La calculatrice donne $\widehat{CAB} \approx 67,4$, soit 67° au degré près.

Exercice 2

15 points

1. Si $V_a = a \times a \times a = a^3$, alors $V_{3a} = 3a \times 3a \times 3a = (3a)^3 = 3^3 \times a^3 = 27a^3$.
2. On a $(-4)^2 + 3 \times (-4) + 4 = 16 - 12 + 4 = 8$.
3. $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{1 \times 4}{3 \times 4} + \frac{1 \times 3}{4 \times 3} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$.
4. $1\,500\,000\,000 = 1,5 \times 10^9$ (1,5 milliard).
5. $(x-2) \times (x+2) = x^2 - 4$ (identité remarquable).

Exercice 3

18 points

1.

- (a) L'image du polygone ① par la symétrie centrale de centre O est le polygone ③.
- (b) L'image du polygone ④ par la rotation de centre O qui transforme le polygone ① en le polygone ② est le polygone ①.

2. On passe du polygone ① au polygone ⑤ par la translation de vecteur AB.

3. (a) Il faut que la longueur côté du carré divise 315 et aussi 270.

$$\text{Or } 315 = 5 \times 63 = 5 \times 7 \times 9 = 3^2 \times 5 \times 7 \text{ et}$$

$$270 = 27 \times 10 = 3^3 \times 2 \times 5 = 2 \times 3^3 \times 5.$$

On constate que $3^2 = 9$ est un diviseur commun à 315 et à 270 : on peut donc imprimer des carrés de côté 9 cm.

- (b) On a $315 = 9 \times 35$: il rentre 35 carrés dans la longueur ;

$$270 = 9 \times 30 : \text{il rentre 30 carrés dans la largeur.}$$

Il y a donc $35 \times 30 = 1\,050$ motifs imprimés sur le tissu.

Exercice 4

24 points

1. Le troisième temps est 53,35 s.
2. La vitesse moyenne est égale à $\frac{100}{52,93} \approx 1,89$ soit environ 1,9 m/s au dixième près.
3. Comparer moyenne et médiane des temps de cette série.
 - La moyenne est égale à $\frac{53,23 + 5,04 + \dots + 54,07}{8} \approx 53,8$;
 - La médiane peut être prise entre 53,61 et 54,04. On peut prendre 53,8 !
4. La Grande-Bretagne et l'Italie ont obtenu en tout $13 + 8 = 21$ soit moins que les 23 médailles de la Russie.
5. La France a remporté 4 médailles d'or 12 médailles en tout soit $\frac{4}{12} \times 100 = \frac{1}{3} \times 100 = \frac{100}{3} \approx 33,3\%$.
6. Formule : SOMME(C2 :E2)

Exercice 5

23 points

1. (a) • Il est possible de tirer deux nombres premiers : (2 ; 2), (2 ; 3), (2 ; 5), (3 ; 2), (3 ; 3), (3 ; 5).
• La somme la plus grande est $4 + 5 = 9$. 12 est donc impossible à atteindre.
(b) Il y a $3 \times 4 = 12$ tirages différents et on a vu qu'il y en avait 6 donnant deux nombres premiers. La probabilité est donc égale à $\frac{6}{12} = \frac{1}{2} = 0,5$.
2. On peut obtenir les doubles (2 ; 2), (3 ; 3) et (4 ; 4), donc 3 doubles sur 12 tirages possibles. La probabilité de tirer un double est donc égale à $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.
3. (a) Il faut remplacer A par 1 000, B par 4 et C par 5.
(b) Il faut insérer le bloc après répéter 1 000 fois.
(c) Il faut insérer le bloc avant répéter 1 000 fois.
(d) Il faut placer à la fin la proposition ②.

Exercice 1

20 points

Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. On donne la série de nombres suivante : 10; 6; 2; 14; 25; 12; 22. La médiane est :	12	13	14
2. Un sac opaque contient 50 billes bleues, 45 rouges, 45 vertes et 60 jaunes. Les billes sont indiscernables au toucher. On tire une bille au hasard dans ce sac. La probabilité que cette bille soit jaune est :	60	0,3	$\frac{1}{60}$
3. La décomposition en facteurs premiers de 2020 est :	$2 \times 10 \times 101$	$5 \times 5 \times 101$	$2 \times 2 \times 5 \times 101$
4. La formule qui permet de calculer le volume d'une boule de rayon R est :	$2\pi R$	πR^2	$\frac{4}{3}\pi R^3$
5. Une homothétie de centre A et de rapport -2 est une transformation qui :	agrandit les longueurs	réduit les longueurs	conserve les longueurs

1. En ordonnant la série des 7 valeurs : 2; 6; 10; 12; 14; 22; 25, on voit que la 4^e, 12 est la médiane.

2. La probabilité de tirer une bille jaune est $\frac{60}{50 + 45 + 45 + 60} = \frac{60}{200} = \frac{30}{100} = 30\% = 0,3$.

3. $2020 = 202 \times 10 = 2 \times 101 \times 2 \times 5 = 2 \times 2 \times 5 \times 101$.

4. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

5. Elle agrandit les longueurs.

Exercice 2

20 points

1. On a la suite de nombres : $2 \rightarrow 9$ et d'autre part $2 - 7 = -5$: leur produit est $9 \times (-5) = -45$. Enfin $-45 + 50 = 5$.

2. De même $-10 \rightarrow -3$ et d'autre part $-10 - 7 = -17$; d'où $(-3) \times (-17) = 51$. Enfin $51 + 50 = 101$.

3. Il a tort puisque d'après la question 2 -10 donne 101. or $2 \times (-10) + 1 = -20 + 1 = -19$.

4. x donne d'une part le premier facteur $x+7$ et le second facteur est $x-7$, donc leur produit est $(x+7)(x-7) = x^2 - 49$ (identité remarquable).

Le résultat final est $x^2 - 49 + 50 = x^2 + 1$.

5. Il faut trouver x tel que :

$x^2 + 1 = 17$, soit en ajoutant -1 à chaque membre : $x^2 = 16$ ou $x^2 - 16 = 0$ ou $(x+4)(x-4) = 0$; ce produit étant nul si l'un des facteurs est nul, il y a deux solutions : -4 et 4 .

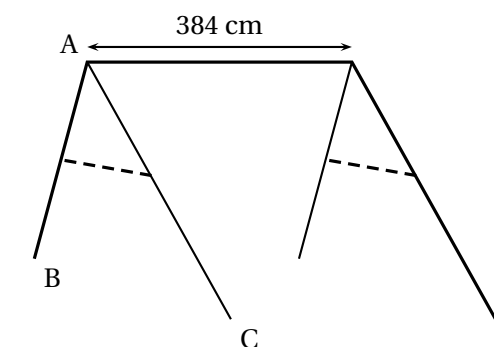
Exercice 3

23 points

Une entreprise fabrique des portiques pour installer des balançoires sur des aires de jeux.

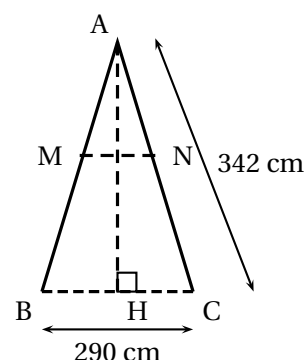
Document 1 : croquis d'un portique

Vue d'ensemble



— : poutres en bois de diamètre 100 mm
 - - - : barres de maintien latérales en bois.

Vue de côté



ABC est un triangle isocèle en A.
 H est le milieu de [BC]

(MN) est parallèle à (BC).

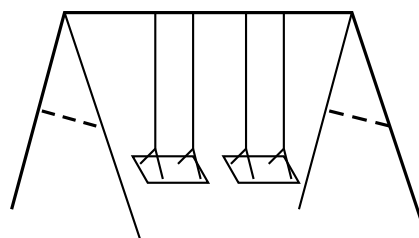
Document 2 : coût du matériel

Poutres en bois de diamètre 100 mm :

- Longueur 4 m : 12,99 € l'unité;
- Longueur 3,5 m : 11,75 € l'unité;
- Longueur 3 m : 10,25 € l'unité.

Barres de maintien latérales en bois :

- Longueur 3 m : 6,99 € l'unité;
- Longueur 2 m : 4,75 € l'unité;
- Longueur 1,5 m : 3,89 € l'unité.



Ensemble des fixations nécessaires pour un portique : 80 €.

Ensemble de deux balançoires pour un portique : 50 €.

1. Dans le triangle ABC isocèle en A, la hauteur (AH) est aussi la médiane, donc $BH = HC = \frac{290}{2} = 145$.

Le théorème de Pythagore appliqué au triangle ACH rectangle en H s'écrit :

$$AC^2 = AH^2 + HC^2, \text{ soit } 342^2 = AH^2 + 145^2.$$

$$\text{Donc } AH^2 = 342^2 - 145^2 = (342 + 145) \times (342 - 145) = 487 \times 197 = 95939.$$

Conclusion $AH = \sqrt{95939} \approx 309,74$, soit 310 cm au centimètre près.

2. On a avec (MN) parallèle à (BC) une situation de Thalès. On peut donc écrire :

$$\frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \text{ ou } \frac{165}{342} = \frac{MN}{290}. \text{ On en déduit en multipliant chaque membre par 290 :}$$

$$MN = 290 \times \frac{165}{342} = \frac{290 \times 165}{342} = \frac{2 \times 145 \times 3 \times 55}{2 \times 3 \times 57} = \frac{145 \times 55}{57} \approx 139,9 \text{ soit environ 140 cm au centimètre près.}$$

3. Il faut :

- pour la poutre principale 1 poutre de 4 m;
- pour les pieds 4 poutres de 3,5 m;
- pour le maintien 2 barres de 1,5 m, soit :

$$12,99 + 4 \times 11,75 + 2 \times 3,89 = 12,99 + 47 + 7,68 = 66,67 \text{ (€), plus les fixations et les deux balançoires, soit :}$$

$66,67 + 80 + 50 = 197,67 \text{ (€).}$ Ce n'est pas le coût minimal car, pour les barres de maintien au lieu de prendre 2 barres de 1,5 m à 3,89 €, on peut en prendre une de 3 m à 6,99 € et la couper en deux.

Le coût est alors :

$$12,99 + 4 \times 11,75 + 6,99 + 80 + 50 = 196,98 \text{ (euro).}$$

4. Ajouter 20 %, c'est multiplier par $1 + \frac{20}{100} = 1 + 0,20 = 1,2$.
Le prix de vente sera donc : $196,98 \times 1,2 = 236,376 \approx 236,38$ (€).

5. Dans le triangle rectangle en H, AHC, on a :

$$\sin \widehat{HAC} = \frac{HC}{AC} = \frac{145}{342} \approx 0,423977.$$

Avec la touche $\boxed{\sin^{-1}}$, on obtient $\widehat{HAC} \approx 25,0859$.

La triangle BAC étant isocèle en A, on a donc $\widehat{BAC} = 2 \times \widehat{HAC} \approx 50,17$, donc le portique respecte la condition de sécurité.

Exercice 4

23 points

Une association propose diverses activités pour occuper les enfants pendant les vacances scolaires.

Plusieurs tarifs sont proposés :

- Tarif A : 8 € par demi-journée;
- Tarif B : une adhésion de 30 € donnant droit à un tarif préférentiel de 5 € par demi-journée

Un fichier sur tableur a été préparé pour calculer le coût à payer en fonction du nombre de demi-journées d'activités pour chacun des tarifs proposés :

	A	B	C	D	E	F
1	Nombre de demi-journées	1	2	3	4	5
2	Tarif A	8	16			
3	Tarif B	35	40			

Les questions 1, 2, 4 et 5 ne nécessitent pas de justification.

1. Voir l'annexe à la fin.
2. La bonne formule est $= 30 + 5 * B1$.
3. C'est la fonction linéaire f
4. Voir l'annexe à la fin.
5. • *Graphiquement* (ce qui semble demandé) : on voit que pour $x = 10$ le prix à payer est le même avec les deux formules : 80 €.
• *Par la calcul* Il faut résoudre dans l'équation :
 $f(x) = g(x)$ ou $8x = 5x + 30$ ou $3x = 30$ et enfin en multipliant chaque membre par $\frac{1}{3}$, $x = 10$.
6. • *Graphiquement*
La droite d'équation $y = 100$ coupe \mathcal{C}_g en un point d'abscisse maximal, soit $x = 14$.
Avec 100 € il vaut mieux choisir la formule B; on aura 14 demi-journées.
• *Par le calcul*
On résout $100 = f(x)$ soit $100 = 8x$ ou $25 = 2x$, soit $x = 12,5$, donc en fait 12 demi-journées.
On résout ensuite $100 = g(x)$ soit $100 = 5x + 30$ soit $70 = 5x$ c'est-à-dire $5 \times 14 = 5 \times x$, donc $14 = x$.

Exercice 5

14 points

1.

a. Les angles à la base du triangle isocèle en D, EDC ont la même mesure.

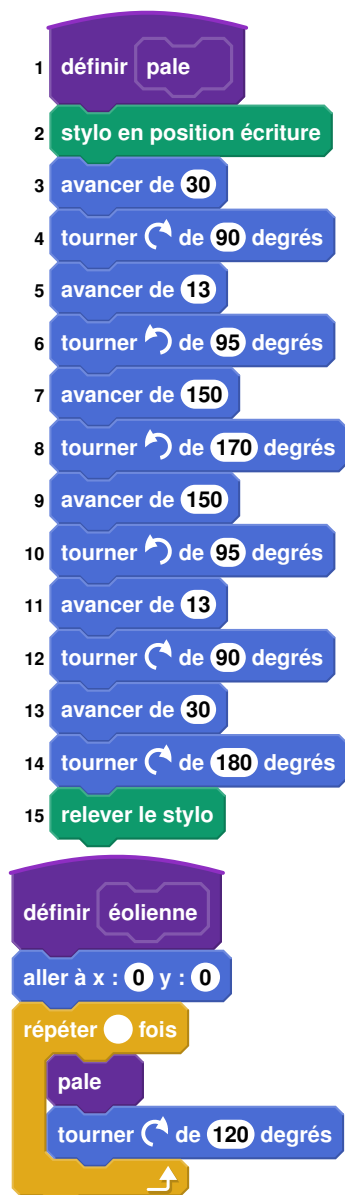
On sait que la somme des mesures des trois angles est égale à 180 en degrés. Donc $85 + 85 + \widehat{EDC} = 180$, d'où $\widehat{EDC} = 180 - 170 = 10(^{\circ})$.

b. Après la ligne 9, on est en D, dans la direction opposée de celle de C. Pour aller vers E, il faut faire demi-tour donc tourner vers la gauche de 180° et de revenir de 10° , donc de tourner vers la gauche de 170° .

Après la ligne 5, on est en C dans la direction opposée à celle de E; pour aller vers D il faut tourner vers la gauche du supplémentaire de l'angle de mesure 85, soit de $180 - 85 = 95(^{\circ})$.

c.

2. Il y a 3 pales : il faut donc répéter 3 fois le script « pale ».

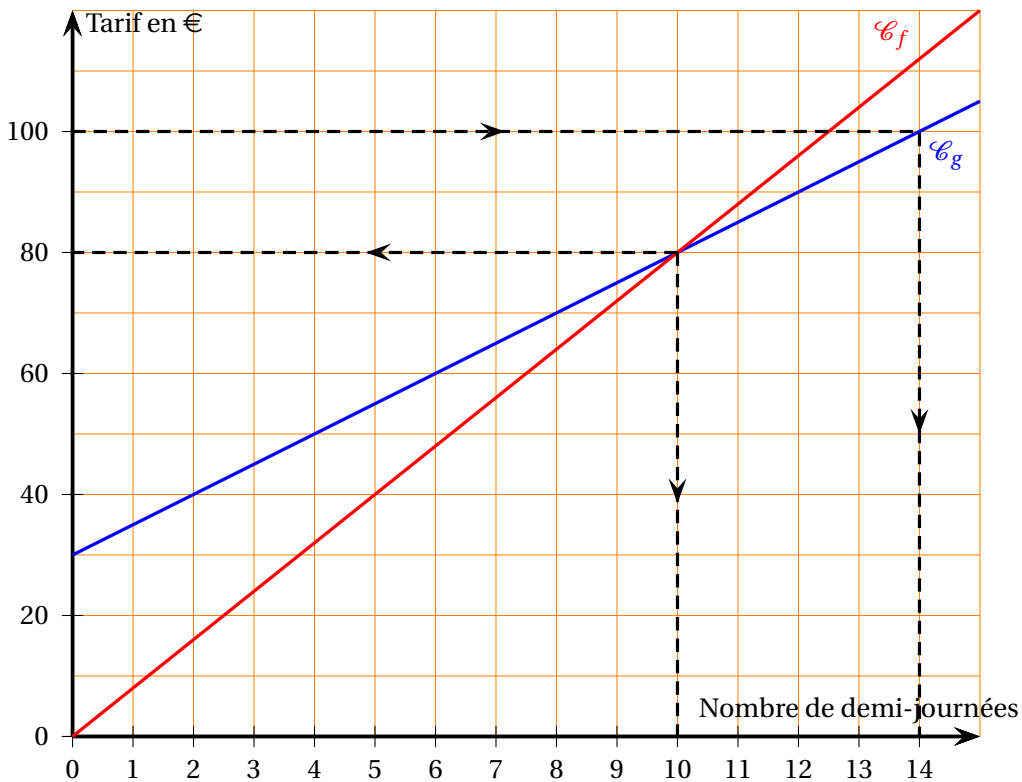


ANNEXES à rendre avec votre copie

Annexe 1 - Question 1

	A	B	C	D	E	F
1	Nombre de demi-journées	1	2	3	4	5
2	Tarif A	8	16	24	32	40
3	Tarif B	35	40	45	50	55

Annexe 2 - Question 4



Exercice 1 : QCM

18 points

- $\frac{5}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{5}{3} - \frac{1}{2} = \frac{10}{6} - \frac{3}{6} = \frac{7}{6}$.
- $245 \times 10^{-5} = 2,45 \times 10^2 \times 10^{-5} = 2,45 \times 10^{-3}$.
- Durée moyenne : $\frac{3+2+4+3+7+9+7}{7} = \frac{35}{7} = 5$ (min).
- Durée médiane : $2 < 3 \leq 3 < 4 < 7 \leq 7 < 9$, le temps médian est 4 (min).
- On a $p(\text{Roi}) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$.
- (0°N; 78°O) : latitude nulle.

Exercice 2 : La facture

8 points

	A	B	C	D	E
1	Référence	Prix HT	TGC (en %)	Montant TGC	Prix TTC
2	Phare avant	64 000	22 %	14 080	78 080
3	Pare choc	18 000	22 %		21 960
4	Peinture	11 700	11 %	1 287	12 987
5	Main d'uvre	24 000		1 440	25 440
6	TOTAL À RÉGLER (en Francs)				138 467

- Le montant TGC pour le pare-chocs est égal à la différence $21\,960 - 18\,000 = 3\,960$ (francs).
On peut aussi calculer $18\,000 \times \frac{22}{100} = 3\,960$ (francs).
- On a $\frac{1\,440}{24\,000} \times 100 = \frac{1\,440}{24} = 6$ (%)
- Dans la case C6 on écrit : = SOMME(E2 :E5)

Exercice 3 : Programmes de calcul

11 points

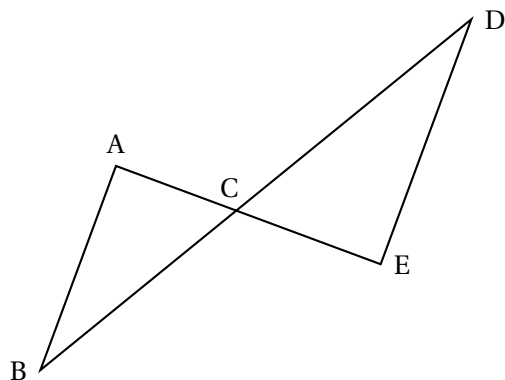
- Elle obtient : $4 \rightarrow -1 \rightarrow -4$.
- Lucie obtient $-3 \rightarrow 9 \rightarrow 5$.
- On a successivement avec le programme A : $x \rightarrow x - 5 \rightarrow x(x - 5)$.
- On a successivement avec le programme B : $x \rightarrow x^2 \rightarrow x^2 - 4$.
- On veut trouver x tel que :
 $x(x - 5) = x^2 - 4$ ou $x^2 - 5x = x^2 - 4$ ou encore $4 = 5x$, soit en multipliant chaque membre par $\frac{1}{5}$, $x = \frac{4}{5} = 0,8$.

EXERCICE 4 : La régate

16 points

Dans la figure suivante, on donne les distances en mètres :

$AB = 400$, $AC = 300$, $BC = 500$ et $CD = 700$.



Les droites (AE) et (BD) se coupent en C

Les droites (AB) et (DE) sont parallèles

1. Les droites (AB) et (DE) étant parallèles, on peut écrire d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{DE}{AB} = \frac{CD}{BC} \text{ soit } \frac{DE}{400} = \frac{700}{500}, \text{ d'où en multipliant par 400 : } DE = 400 \times \frac{700}{500} = 400 \times \frac{7}{5} = 560 \text{ (m).}$$

2. On a $BC^2 = 500^2 = 25000$ et $AB^2 + AC^2 = 400^2 + 300^2 = 16000 + 9000 = 25000$.

On a donc $AB^2 + AC^2 = BC^2$: d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

3. Par définition du cosinus d'un angle aigu, dans le triangle ABC rectangle en A :

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} = \frac{400}{500} = \frac{4}{5} = 0,8.$$

La calculatrice donne, en mode degré : $\widehat{ABC} \approx 36,8$, soit 37° au degré près.

4. *Remarque : non demandé :*

Pour calculer la longueur d'un parcours, il reste à calculer CE.

Or les droites (AB) et (DE) étant parallèles, la droite (AC) perpendiculaire à (AB) est aussi perpendiculaire à (DE), donc le triangle CDE est rectangle en E.

D'après le théorème de Pythagore :

$$CE^2 + ED^2 = CD^2 \text{ ou } CE^2 + 560^2 = 700^2, \text{ soit } CE^2 = 700^2 - 560^2 = (700 + 560) \times (700 - 560) = 1260 \times 140 = 176400.$$

$$\text{D'où } CE = \sqrt{176400} = 420 \text{ (m).}$$

$$\text{Longueur d'un parcours : } AB + BC + CD + DE + EC + CA = 400 + 500 + 700 + 560 + 420 + 300 = 2880.$$

Les 5 tours représentent donc une longueur de $5 \times 2880 = 14400$ (m) ou 14,4 (km).

5. 1 h 48 min = 60 + 48 = 108 min. La vitesse moyenne est égale au quotient de la distance parcourue par le temps mis pour faire les 5 tours :

$$v = \frac{14400}{108} = \frac{1600}{12} = \frac{400}{3} \approx 133,33 \text{ (m/min) soit } \approx 60 \times 133,33 = 7999,8 \text{ (m/h), soit enfin à peu près } 8 \text{ (km/h).}$$

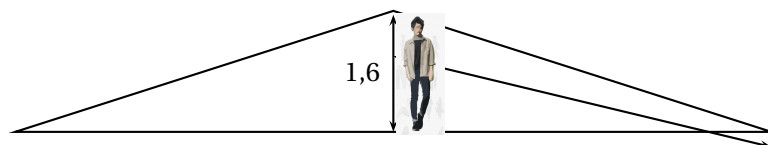
EXERCICE 5 : La corde

7 points

1. Le triangle ABC étant rectangle en B, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$AB^2 + BC^2 = AC^2, \text{ soit } 5^2 + BC^2 = 5,25^2 \text{ ou encore } BC^2 = 5,25^2 - 5^2 = 2,5625 \approx 1,60078 \text{ soit } 1,6 \text{ m au dixième près.}$$

2. Si la corde est tendue en son milieu on a la figure suivante composée de deux triangles rectangles identiques à celui de la question 1. :



Comme $1,55 < 1,60$, Melvin qui mesure 1,55 m pourra passer sous cette corde sans se baisser en la soulevant par le milieu.

EXERCICE 6 : Les étiquettes

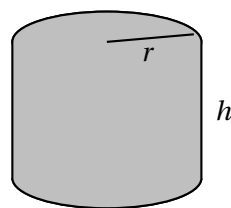
14 points

- Comme $1 + 0 + 2 = 3$, 102 est un multiple de 3 (critère de divisibilité par 3 ;
 • $102 = 90 + 12 = 3 \times 30 + 3 \times 4 = 3 \times (30 + 4) = 3 \times 34$.
 102 est un multiple de 3 : il est divisible par 3.
- On donne la décomposition en produits de facteurs premiers de 85 : $85 = 5 \times 17$.
 On a vu que $102 = 3 \times 34 = 3 \times 2 \times 17 = 2 \times 3 \times 17$.
- Donner 3 diviseurs non premiers du nombre 102.
 $2 \times 3 = 6$; $2 \times 17 = 34$; $3 \times 17 = 51$ sont trois diviseurs de 102 non premiers.
- Si toute la feuille est utilisée c'est que la longueur et la largeur sont des multiples des côtés du carré. Ces côtés ont donc une longueur c qui divise à la fois 102 et 85.
 Or 34 ne divise pas 85 (car 2 divise 34 mais ne divise pas 85). les étiquettes ne peuvent pas faire 34cm de côté.
- Par contre 17 divise 85 ($85 = 5 \times 17$) et 17 divise 102 ($102 = 17 \times 6$).
 Les étiquettes rentrent 5 fois en largeur et 6 fois en longueur : il y en aura donc $5 \times 6 = 30$ par feuille.
Remarque : on peut aussi utiliser les aires.
 Une étiquette a une aire de $17 \times 17 = 289$ et la feuille une aire de $85 \times 102 = 8670$.
 On pourra donc faire $\frac{8670}{289} = 30$ étiquettes dans une feuille.

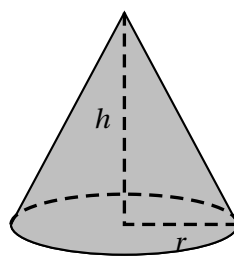
EXERCICE 7 : L'habitation**15 points****Partie 1 :**

Dans cette partie, on considère que $x = 6$ m.

- Le diamètre a une longueur de 6 m. Donc avec $r = 3$, le volume du cylindre est égal à :
 $\pi \times 3^2 \times 2 = 18\pi \text{ m}^3$.
- Le volume de la partie conique est égale à :
 $\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 1 = 3\pi \text{ m}^3$, soit $\approx 9,42$ ou 9 m^3 à l'unité près.
- Le volume de la case est donc égal à :
 $18\pi + 3\pi = 21\pi \approx 65,97$, soit $\approx 66 \text{ m}^3$ à l'unité près.

Rappels :Cylindre rayon de base r et de hauteur h 

$$\text{Volume} = \pi \times r^2 \times h$$

Cône rayon de base r et de hauteur h 

$$\text{Volume} = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$$

Partie 2 :

Dans cette partie, le diamètre est exprimé en mètre, le volume en m^3 .

Sur l'**annexe** page 36, on a représenté la fonction qui donne le volume total de la case en fonction de son diamètre x .

- On lit sur l'annexe $V(7) \approx 90 \text{ m}^3$.

$$V(x) = 12,5x.$$

- On a $V(8) = 12,5 \times 8 = 100 \text{ m}^3$.

3. La fonction V est une fonction linéaire.
4. La représentation graphique de la fonction linéaire V est une droite contenant l'origine.
5.
 - Le plus grand volume de la maison est donc $V(6) = 12,5 \times 6 = 75 \text{ m}^3$.
 - Le plus grand volume de la case est donc $V(6) \approx 66 \text{ m}^3$.Nolan choisira donc la maison.

EXERCICE 8 : Scratch**11 points**

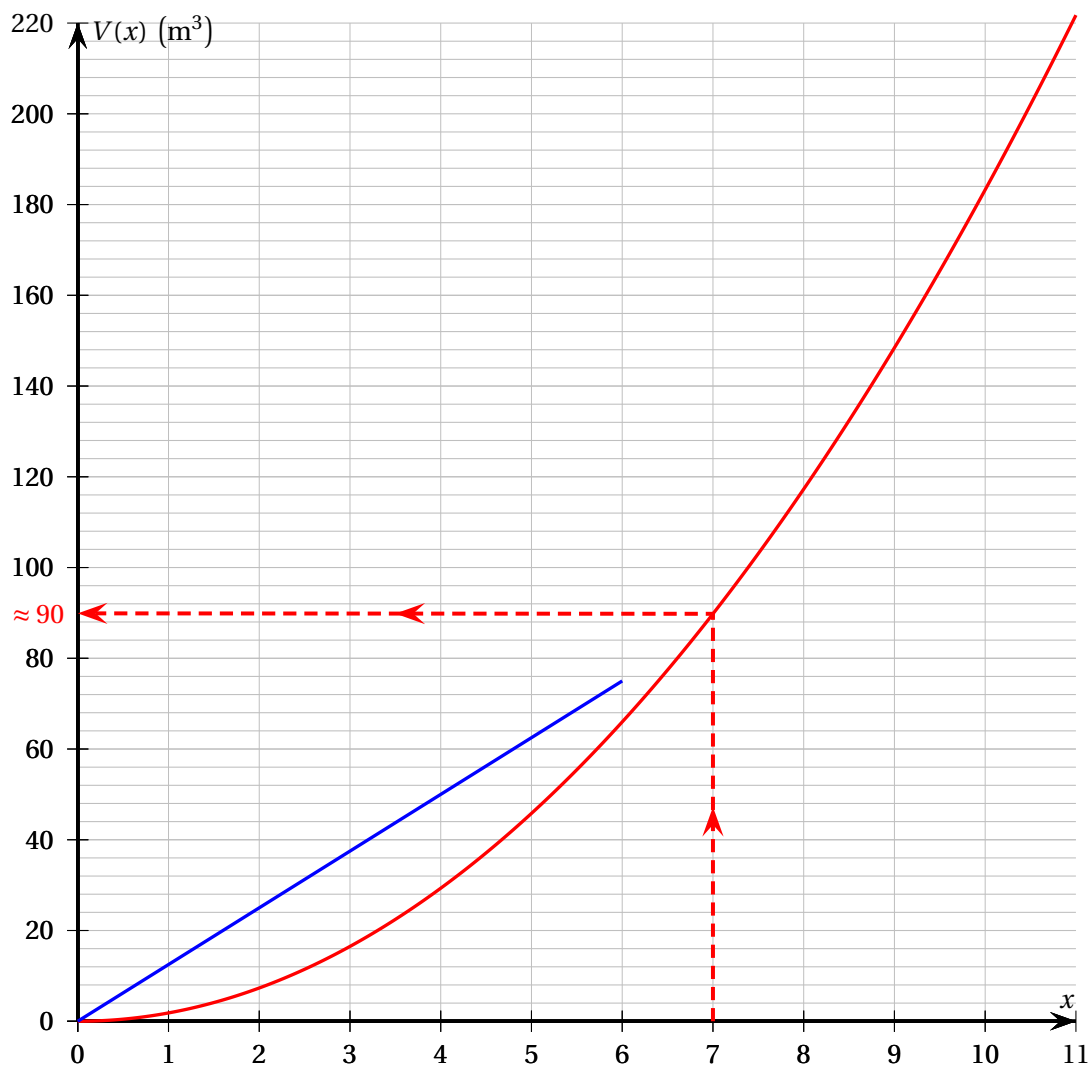
Le script suivant permet de tracer le carré de côté 50 unités .



1. On a lancé le script suivant :



2. Il suffit de compter le nombre de segments tracés : 12. Seule la figure 2 convient.

ANNEXE 1**Exercice 7 :**
Partie 2 : question 1 et 3**Volume de la case en fonction de x** 

Script à compléter

