Maths Expertes
maths-mde.fr

Devoir Surveillé n° 3

Lycée
Evariste Galois

...../20

Exercice 1 : (3 points)

1 On considère l'égalité : $23 \times 51 + 35 = 1\ 208$. Sans effectuer de division, répondre aux questions suivantes.

- **a** Quels sont le quotient et le reste de la division de $-1\,208$ par 51 ?
- **b** Quels sont le quotient et le reste de la division de $1\,208$ par 23 ?

2 On divise un entier naturel n par 152, puis par 147. Les quotients sont égaux et les restes respectifs sont 13 et 98. Déterminer n.

Exercice 2 : (8 points)

1 Déterminer les entiers relatifs n tels que $a = n - 4$ divise $b = 3n - 17$.

2 Démontrer que pour tout entier naturel n impair, $n^2 - 1$ est divisible par 8.

3 Résoudre l'équation $n^2 = m^2 + 11$, où m et n sont deux entiers relatifs.

4 Soit n un entier naturel. Déterminer le quotient et le reste de la division euclidienne de $7n + 5$ par $3n + 1$ suivant les valeurs de n.

5 Montrer que $3n + 7$ et $n + 2$ sont premiers entre eux.

6 Déterminer tous les couples d'entiers naturels non nuls x et y tels que $\begin{cases} x + y = 5664 \\ x \wedge y = 354 \end{cases}$.

7 Montrer que 99 et 56 sont premiers entre eux en déterminant deux entiers u et v tels que $99u+56v = 1$.

8 Soit p un nombre premier différent de 3. Montrer que pour tout entier naturel n, $3^{n+p} - 3^{n+1}$ est divisible par p.

Exercice 3 : (6 points)

1 Montrer que $4^3 \equiv 1[7]$. En déduire que 11^{2011} est congru à 4 modulo 7.

2 Soit un entier naturel n tel que : $n = 10a + b$ avec a, $b \in \mathbb{N}$ et $0 \leq b \leq 9$.

- **a** Établir la liste des multiples de 17 inférieurs à 100.
- **b** Montrer que : $n \equiv 0[17] \Leftrightarrow a - 5b \equiv 0[17]$.
- **c** Énoncer en français un critère simple de divisibilité par 17.
- **d** En déduire, sans calculatrice, en expliquant votre démarche, les multiples de 17 parmi les deux entiers suivants : 562 et 1 547.

Exercice 4 : (3 points)

Soit l'équation (E) : $x^2 - x + 4 \equiv 0[6]$. Compléter le tableau de congruence suivant, puis résoudre l'équation (E).

$x \equiv [6]$	0	1	2	3	4	5
$x^2 \equiv [6]$						
$-x + 4 \equiv [6]$						
$x^2 - x + 4 \equiv [6]$						