Produit Scalaire

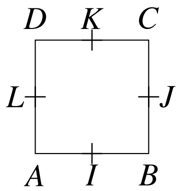
Évarite Galois
maths-mde.fr

Exercice 1 :

Calculer $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v}$ avec :

1. $\|\overrightarrow{u}\| = 5$, $\|\overrightarrow{v}\| = 6$ et $\|\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}\| = 10$.
2. $\|\overrightarrow{u}\| = 3\sqrt{5}$ et $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{u}$.
3. $\overrightarrow{u}\binom{1}{2}$ et $\overrightarrow{v}\binom{6}{12}$.
4. $\|\overrightarrow{u}\| = \sqrt{2}$, $\|\overrightarrow{v}\| = 5$ et $(\overrightarrow{u}\,;\overrightarrow{v}) = \dfrac{3\pi}{4}\ (2\pi)$.
5. $\|\overrightarrow{u}\| = 8$ et $\overrightarrow{v} = -2\overrightarrow{u}$.

Exercice 2 :



On considère le carré $ABCD$ ci-dessous de côté 1 et I, J, K et L les milieux des côtés.
Associer chacun des produits scalaires avec le calcul ou le résultat auquel il est égal.

- $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BL}$.
- $\overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{ID}$.
- $\overrightarrow{KJ} \cdot \overrightarrow{KL}$.
- $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{LK}$.

- $AB \times AI$.
- $-IB \times IA$.
- $BC \times BJ$.
- 0.

Exercice 3 :

Donner un vecteur normal aux droites suivantes :

1. d_1 d'équation $65x - 12y + 6 = 0$
2. d_2 d'équation $y = 3x - 2$
3. d_3 d'équation $-8x = -y + 2$
4. (AB) avec $A(4\,;\,3)$ et $B(6\,;\,12)$

Exercice 4 :

(d), d'équation $2x - 8y + 28 = 0$ est-elle la droite de vecteur normal $\overrightarrow{n}\binom{-1}{4}$ et passant par $T(14\,;\,7)$?

Exercice 5 :

Donner le rayon et les coordonnées du centre du cercle :

1. $\mathscr{C}_1$ d'équation $(x-2)^2 + (y-5)^2 = 9$
2. $\mathscr{C}_2$ d'équation $(x+3)^2 + (y-7)^2 = 5$

Exercice 6 :

Les droites suivantes sont-elles perpendiculaires ?

1. (AB) et (CD) avec $A(1\,;\,-3)$, $B(-1\,;\,5)$, $C(-8\,;\,3)$ et $D(7\,;\,7)$.

$\boxed{2}$ (EF) et d_1 d'équation $x+2y-7=0$ avec $E(1\ ;\ 7)$ et $F(3\ ;\ 11)$.

$\boxed{3}$ d_2 et d_3 d'équation respective $4x-8y-11=0$ et $-2x-y=5$.

Exercice 7 :

On considère les points $A(1\ ;\ 3)$, $B(3\ ;\ 1)$, $C(-2\ ;\ -2)$, $D(13\ ;\ -5)$ et $E(4\ ;\ 3)$.

$\boxed{1}$ Les droites (AC) et (AB) sont-elles perpendiculaires ?

$\boxed{2}$ Même question pour :

(a) (AC) et (BD).

(b) (BE) et (CD).

Exercice 8 :

Calculer $\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v}$ avec :

$\boxed{1}$ $\|\overrightarrow{u}\|=5$, $\|\overrightarrow{v}\|=2$ et $\cos\left(\overrightarrow{u};\overrightarrow{v}\right)=0,1$.

$\boxed{2}$ $\|\overrightarrow{u}\|=23$, $\|\overrightarrow{v}\|=11$ et $\cos\left(\overrightarrow{u};\overrightarrow{v}\right)=0,93$.

$\boxed{3}$ $\|\overrightarrow{u}\|=5$, $\|\overrightarrow{v}\|=8$ et $\left(\overrightarrow{u};\overrightarrow{v}\right)=\dfrac{\pi}{6}\ (2\pi)$.

$\boxed{4}$ $\|\overrightarrow{u}\|=7$, $\|\overrightarrow{v}\|=2$ et $\left(\overrightarrow{u};\overrightarrow{v}\right)=\dfrac{5\pi}{3}\ (2\pi)$.

$\boxed{5}$ $\|\overrightarrow{u}\|=12$, $\|\overrightarrow{v}\|=6$ et $\left(\overrightarrow{u};\overrightarrow{v}\right)=-\dfrac{\pi}{4}\ (2\pi)$.

$\boxed{6}$ $\|\overrightarrow{u}\|=9$, $\|\overrightarrow{v}\|=6$ et $\overrightarrow{u}=-1,5\overrightarrow{v}$.

Exercice 9 :

Calculer $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}$ avec :

$\boxed{1}$ $\|\overrightarrow{a}\|=\dfrac{5}{6}$, $\left\|\overrightarrow{b}\right\|=\dfrac{\sqrt{3}}{8}$ et $\left(\overrightarrow{a};\overrightarrow{b}\right)=-\dfrac{5\pi}{6}\ (2\pi)$.

$\boxed{2}$ $\|\overrightarrow{a}\|=\sqrt{2}$, $\left\|\overrightarrow{b}\right\|=6$ et $\left(\overrightarrow{a};\overrightarrow{b}\right)=\dfrac{\pi}{4}\ (2\pi)$.

$\boxed{3}$ $\|\overrightarrow{a}\|=2\sqrt{2}$, $\left\|\overrightarrow{b}\right\|=\sqrt{8}$ et $\left(\overrightarrow{a};\overrightarrow{b}\right)=\pi\ (2\pi)$.

$\boxed{4}$ $\|\overrightarrow{a}\|=\sqrt{2}+1$ et $\overrightarrow{b}=\sqrt{3}\,\overrightarrow{a}$.

Exercice 10 :

On considère un triangle ABC avec $AB=5$ et $BC=6$ et $\widehat{ABC}=60$ř.

$\boxed{1}$ Faire une figure.

$\boxed{2}$ Calculer $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}$.

$\boxed{3}$ Calculer $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$.

Exercice 11 :

On considère trois points $R(-1\ ;\ -2)$, $S(5\ ;\ -4)$ et $T(3\ ;\ 6)$.

1. (a) Calculer $\overrightarrow{RS}\cdot\overrightarrow{RT}$, RS et RT.

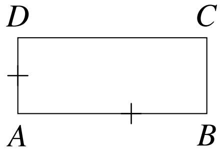
   (b) En déduire $\cos\left(\widehat{SRT}\right)$ puis une mesure de $\widehat{SRT}$, arrondie à $0{,}01$ degré près.

2. Déterminer de même une mesure de $\widehat{RST}$.

3. En déduire $\widehat{STR}$.

Exercice 12 :

On considère le rectangle $ABCD$ ci-dessous, tel que $AB=5$ et $AD=2$, E est le milieu de $[AD]$ et $F\in[AB]$ avec $AF=3$.



En se plaçant dans un repère orthonormé adapté et à l'aide du produit scalaire, déterminer, à 0,01řprès :

1. $\widehat{BAC}$.
2. $\widehat{DFB}$.
3. $\widehat{DFC}$.
4. $\widehat{CEF}$.