1re Spé Maths
Entraînement

Fonctions de référence

Évarite Galois
maths-mde.fr

Exercice 1 :

1 Montrer que la fonction racine carrée est strictement croissante sur $[0\ ;\ +\infty[$.

2 Dans chaque cas, comparer les deux nombres proposés sans les calculer.
(a) $\sqrt{3,79}$ et $\sqrt{3,8}$.
(b) $\sqrt{\pi+1}$ et 2.

3 Résoudre l'équation $\sqrt{x-1}=2$.

4 Résoudre l'inéquation $\sqrt{x}>10^{-3}$.

Exercice 2 :

1 Montrer que pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0\ ;\ 1]$: $x^2 \leq x \leq \sqrt{x}$.

2 Monter que pour tout nombre réel x de l'intervalle $[1\ ;\ +\infty[$: $\sqrt{x} \leq x \leq x^2$.

Exercice 3 :

1 Montrer que la fonction valeur absolue est strictement décroissante sur $]-\infty\ ;\ 0]$ et strictement croissante sur $[0\ ;\ +\infty[$.

2 Écrire sans valeur absolue : $f(x)=|x-3|+|-2x+1|$.

3 Représenter f.

Exercice 4 :

1 Montrer que si u est une fonction monotone sur un intervalle I telle que, pour tout $x \in I$, $u(x) \geq 0$, alors la fonction $\sqrt{u}$ a le même sens de variation que u sur I.

2 Soit f la fonction telle que : $f(x)=\sqrt{x^2+3x-4}$.
(a) Vérifier que f est définie sur $]-\infty\ ;\ -4] \cup [1\ ;\ +\infty[$.
(b) Étudier le sens de variation de f sur chaque intervalle de son ensemble de définition.

Exercice 5 :

1 Monter que si u est une fonction monotone sur un intervalle I telle que, pour tout $x \in I$, $u(x) \neq 0$ et $u(x)$ garde le même signe sur I, alors la fonction $\dfrac{1}{u}$ a un sens de variation contraire à celui de u sur I.

2 Dresser le tableau de variations de la fonction f définie sur $\mathbb{R}\backslash\{5\}$ par : $f(x)=\dfrac{1}{-2x+10}$.

Exercice 6 :

Soit a et b deux réels positifs.

1 On pose $X=a^2+b^2$ et $Y=(a+b)^2$. Comparer les réels X et Y en étudiant le signe de leur différence.

2 En utilisant le sens de variation de la fonction racine carrée, démontrer que $\sqrt{a^2+b^2} \leq a+b$.

Exercice 7 :

1 On pose $x = \sqrt{2} - 1$.
Sans utiliser de calculatrice, comparer x, $\sqrt{x}$ et x^2.

2 On pose $y = \sqrt{5} - 1$.
Sans utiliser de calculatrice, comparer y, $\sqrt{y}$ et y^2.

Exercice 8 :

Soit a un réel tel que $1 \leq a \leq 2$.

1 Comparer $a-1$, $\sqrt{a-1}$ et $(a-1)^2$.

2 Comparer $2a-1$, $\sqrt{2a-1}$ et $(2a-1)^2$.

Exercice 9 :

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = |x-1| + 2|x+2|$.

1 Exprimer $f(x)$ sans valeur absolue, selon les valeurs de x.

2 Représenter graphiquement la fonction f.

Exercice 10 :

Soit f la fonction telle que $f(x) = \sqrt{2x-18}$.

1 Vérifier que f est définie sur $[9 ; +\infty[$.

2 Étudier le sens de variation de f sur $[9 ; +\infty[$.

Exercice 11 :

1 Étudier les variations de la fonction u définie sur $\mathbb{R}$ par $u(x) = -2x^2 + 2x$.

2 En déduire le sens de variation de la fonction $\dfrac{1}{u}$ sur $]0 ; 1[$.

Exercice 12 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = |x-2| + |x+1|$.

1 Compléter le tableau suivant avec sur les différents intervalles, des expressions n'utilisant pas de valeurs absolues.

x	$-\infty$	-5	3	$+\infty$
$\lvert x-2\rvert$				
$\lvert x+1\rvert$				
$f(x)$				

2 Dresser le tableau de variations de la fonction f.

3 Tracer la courbe C_f représentative de f dans un repère.

4 Résoudre par le calcul l'équation $f(x) = 5$. Vérifier à l'aide du graphique.

5 Résoudre par le calcul l'inéquation $f(x) < 4$. Vérifier à l'aide du graphique.