Fonction Exponentielle

Corrigés

Évarite Galois
maths-mde.fr

Exercice 1 :

1. $\exp(3) \times \exp(5) = \exp(3+5) = \exp(8)$.
2. $\exp(2) \times \exp(-3) = \exp(2-3) = \exp(-1)$.
3. $\exp(-5) \times \exp(-8) = \exp(-5-8) = \exp(-13)$.
4. $\exp(4) \times \exp(0,5) = \exp(4+0,5) = \exp(4,5)$.
5. $\exp(-7) \times \exp(7) = \exp(-7+7) = \exp(0)$.
6. $\exp(2x) \times \exp(5x) = \exp(2x+5x) = \exp(7x)$.
7. $\exp(-8x) \times \exp(3x) = \exp(-8x+3x) = \exp(-5x)$.
8. $\exp(-4x) \times \exp(-5x) = \exp(-4x-5x) = \exp(-9x)$.
9. $\exp(4+5x) \times \exp(-2x) = \exp(4+5x-2x) = \exp(4+3x)$.

Exercice 2 :

1. $\dfrac{1}{\exp(2)} = \exp(-2)$.
2. $\dfrac{1}{\exp(5)} = \exp(-5)$.
3. $\dfrac{1}{\exp(-3)} = \exp(-3)$.
4. $\dfrac{1}{\exp(2x)} = \exp(-2x)$.
5. $\dfrac{1}{\exp(-5x)} = \exp(5x)$.
6. $\dfrac{1}{\exp(4-3x)} = \exp(3x-4)$.

Exercice 3 :

1. $\dfrac{\exp(5)}{\exp(2)} = \exp(5-2) = \exp(3)$.
2. $\dfrac{\exp(-4)}{\exp(3)} = \exp(-4-3) = \exp(-7)$.
3. $\dfrac{\exp(7)}{\exp(-5)} = \exp(7-5) = \exp(2)$.
4. $\dfrac{\exp(-2)}{\exp(-6)} = \exp(-2+6) = \exp(4)$.
5. $\dfrac{\exp(5x)}{\exp(2x)} = \exp(5x-2x) = \exp(3x)$.
6. $\dfrac{\exp(x+3)}{\exp(x)} = \exp(x+3-x) = \exp(3)$.
7. $\dfrac{\exp(4x)}{\exp(3+6x)} = \exp(4x-3-6x) = \exp(-2x-3)$.
8. $\dfrac{\exp(3x+5)}{\exp(x+2)} = \exp(3x+5-x-2) = \exp(3x+3)$.

Exercice 4 :

1. $[\exp(5)]^3 = \exp(15)$.
2. $[\exp(-4)]^2 = \exp(-8)$.
3. $[\exp(6)]^{-4} = \exp(-24)$.
4. $[\exp(-10)]^{-2} = \exp(20)$.
5. $[\exp(5x)]^2 = \exp(10x)$.
6. $[\exp(4x-3)]^5 = \exp(20x-15)$.
7. $[\exp(8x-2)]^{-4} = \exp(-32x+8)$.

Exercice 5 :

1. $e^3e^4 = e^7$.
2. $e^4e^{-4} = e^0$.
3. $\dfrac{e^5e^{-3}}{e^{-2}} = e^4$.
4. $(e^4)^3e^4 = e^{16}$.
5. $(e^3)^{-2}e^5 = e^{-1}$.
6. $\dfrac{e-\sqrt{e}}{\sqrt{e}-1} = -1$.

Exercice 6 :

1. $(e^5-e^4)^2-(e^5+e^4)^2 = (e^5-e^4-e^5-e^4)(e^5-e^4+e^5+e^4) = -4e^4\times e^5 = -4e^9$.
2. $(e^2+e^{-2})(e^2-e^{-2}) = (e^2)^2-(e^{-2})^2 = e^4-e^{-4}$.
3. $\dfrac{e^3-e^{-3}}{e^3+e^{-3}} = \dfrac{e^6-1}{e^6+1} = 1-\dfrac{2}{e^6+1}$.
4. $\sqrt{(e^2+1)^2-(e^2-1)^2} = \sqrt{(e^4+2e^2+1)-(e^4-2e^2+1)} = \sqrt{e^2} = 2e$.
5. $ee^{2x+1} = e^{2x+2}$.
6. $e^{3-2x}e^{x+5} = e^{-x+8}$.
7. $(e^{5x})^2 = e^{10x}$.
8. $e^{9x}-2(e^{3x})^3 = e^{9x}-2e^{9x} = -e^{9x}$.

Exercice 7 :

1. $(e^x+e^{-x})^2-(e^x-e^{-x})^2 = (e^x+e^{-x}-e^x+e^{-x})(e^x+e^{-x}+e^x-e^{-x}) = 4$.
2. $(e^x-e^{-x})^2-e^{-x}(e^{3x}-e^{-x}) = e^{2x}-2+e^{-2x}-e^{2x}+e^{-2x} = 2e^{-2x}-2$.
3. $(e^x-e^{-x})(e^{2x}+e^x+1) = e^{3x}+e^{2x}+e^x-e^x-1-e^{-x} = e^{3x}+e^{2x}-1-e^{-x}$.
4. $(e^{3x})^2+(e^{-3x})^2-(e^{3x}-e^{-3x})^2 = e^{6x}+e^{-6x}-e^{6x}+2+e^{-6x} = 2$.
5. $(e^{3x})^2-e^{2x}(e^{2x}+e^{-2})^2 = e^{6x}-e^{2x}(e^{4x}+2e^{2x-2}+e^{-4}) = e^{6x}-e^{6x}-e^{4x-2}-e^{2x-4} = -e^{4x-2}-e^{2x-4}$.

Exercice 8 :

1. Pour tout x réel, l'image de x par f est $e(x)$. Fausse
2. Pour tous a et b réels, $(e^a)^b = e^{a^b}$. Fausse
3. Pour tous a et b réels , $e^{a-b} = \dfrac{e^a}{e^b}$. Vraie

4 Pour tout x réel, $f'(x) = \mathrm{e}^{x-1}$. Fausse

5 Pour tout x réel, $f(-x)f(x) = 1$. Vraie

6 La droite $\mathscr{T}$ d'équation $y = x$ est tangente à $\mathscr{C}$ en son point d'abscisse 0. Fausse

7 La droite $\mathscr{T}'$ d'équation $y = \mathrm{e}x$ est tangente à $\mathscr{C}$ en son point d'abscisse 1. Vraie

8 L'axe des ordonnées est asymptote à $\mathscr{C}$ en $-\infty$. Fausse

Exercice 9 :

x désigne un réel quelconque. Déterminer si chaque proposition est vraie ou fausse.

1 $\mathrm{e}^3 \times \mathrm{e}^5 = \mathrm{e}^8$. Vraie

2 $\dfrac{\mathrm{e}^x}{2} = \mathrm{e}^{\frac{x}{2}}$. Fausse

3 $\mathrm{e}^{-2} < 1$. Vraie

4 $\dfrac{\mathrm{e}^{2x}}{\mathrm{e}^x} = \mathrm{e}^2$. Fausse

Exercice 10 :

Déterminer si chaque proposition est vraie ou fausse.

1 Pour tout x réel, $\mathrm{e}^x > 0 \Rightarrow \mathrm{e}^{-x} < 0$. Fausse

2 Sur $\mathbb{R}$, $-2x\mathrm{e}^{-x+1} \geqslant 0$ pour $x \in]-\infty\,;\,0]$. Vraie

3 La fonction $x \mapsto \mathrm{e}^{-3x+1}$ est décroissante sur $\mathbb{R}$. Vraie

4 $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\mathrm{e}^x - 1}{x} = 0$. Fausse

Exercice 11 :

Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x - 1}{\mathrm{e}^x + 1}$.

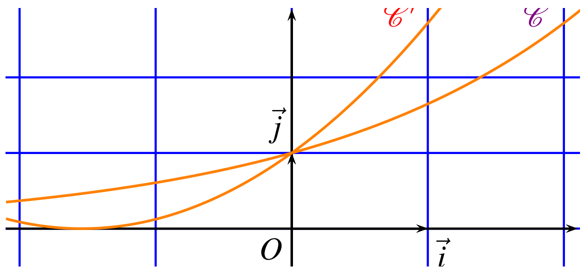
1 Pour tout x réel, $f(x) + f(-x) = 0$. Vraie

2 Pour tout x réel, $f(x) = \dfrac{2}{\mathrm{e}^{-x} + 1} - 1$. Vraie

3 Pour tout x réel, $f'(x) = \dfrac{2\mathrm{e}^{2x}}{(\mathrm{e}^x + 1)^2}$. Fausse

4 $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$. Fausse

Exercice 12 :



La seule fonction vérifiant ces deux conditions est la fonction exponentielle. Les deux courbes ne représentent pas la fonction exponentielle puisque $\mathscr{C}'$ est décroissante sur un intervalle et $\mathscr{C}$ ne passe pas par le point de coordonnées $(2\,;\,\mathrm{e}^2)$.