Dérivation

Évarite Galois
maths-mde.fr

Exercice 1 :

Soit a un réel donné. Pour chacune des fonctions suivantes, calculer le taux d'accroissement en a, puis déterminer si f est dérivable en a. Lorsque c'est le cas, donner $f'(a)$.

1. $f(x) = 2x - 7$, $a = 3$.
2. $f(x) = mx + p$, $m \in \mathbb{R}$, $p \in \mathbb{R}$, a réel quelconque.
3. $f(x) = -3x^2$, $a = 2$.
4. $f(x) = -\dfrac{2}{x}$, $a = 1$.
5. $f(x) = \sqrt{x-1}$, $a = 1$.
6. $f(x) = -x^2 + 7x$, $a = 2$.
7. $f(x) = x^3$, $a = 4$.
8. $f(x) = \dfrac{1}{x+1}$, $a = -2$.
9. $f(x) = 2\sqrt{x} - 1$, $a = 4$.

Exercice 2 :

Dans chacun des cas suivants, déterminer, lorsque cela est possible, l'équation réduite de la tangente en a sous la forme $y = mx + p$.

1. $f : x \mapsto -x^2 + x + 1$, $a = -1$.
2. $f : x \mapsto \sqrt{x}$, $a = 4$.
3. $f : x \mapsto \sqrt{x}$, $a = 0$.
4. $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$, $a = -2$.
5. $f : x \mapsto 3x^2 - x - 1$, $a = 2$.
6. $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$, $a = -1$.
7. $f : x \mapsto x^3$, $a = 2$.
8. $f : x \mapsto x^2 + x + 1$, $a = 0$.

Exercice 3 :

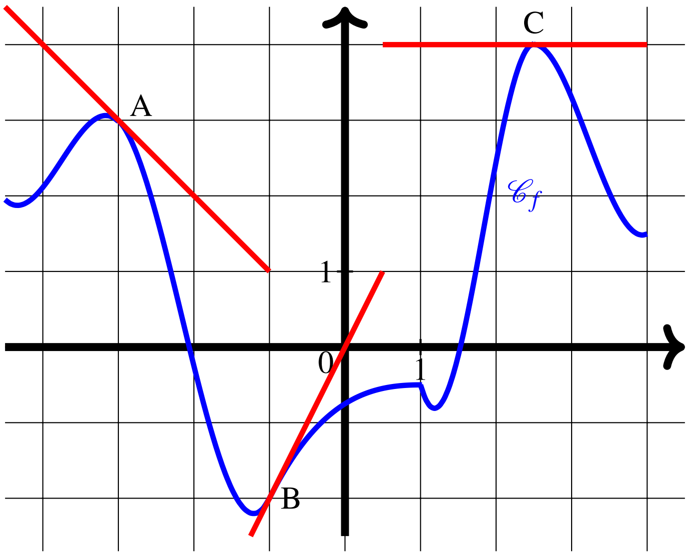
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 3x - 1$. On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative.

1. Démontrer que, pour tout réel a, $f'(a) = 2a + 3$.
2. Déterminer l'équation réduite de la tangente au point d'abscisse 1.
3. Existe-t-il une tangente en un point de $\mathscr{C}_f$ qui soit parallèle à la droite d'équation $y = -2x + \sqrt{17}$?
4. Si oui, déterminer les coordonnées du point de contact entre cette tangente et $\mathscr{C}_f$.

Exercice 4 :

On considère la fonction définie par la courbe ci-après et certaines des tangentes à la courbe.

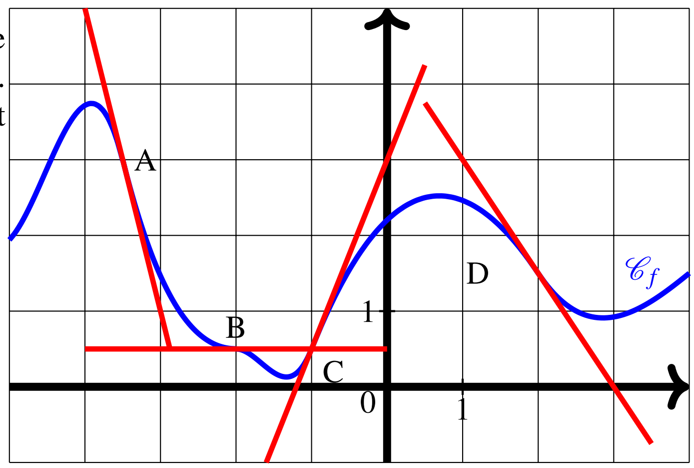
1. Dans chacun des cas suivants, donner $f(a)$ et $f'(a)$.
   (a) $a = -3$
   (b) $a = -1$
   (c) $a = \dfrac{5}{2}$
2. Donner, si possible, un réel a en lequel f n'est pas dérivable. Justifier brièvement.



Exercice 5 :

On considère la fonction définie par la courbe ci-contre et certaines des tangentes à la courbe. Dans chacun des cas suivants, donner $f(a)$ et $f'(a)$.

1. $a = -3,5$.
2. $a = -2$.
3. $a = -1$
4. $a = 2$.



Exercice 6 :

On considère la fonction valeur absolue définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = |x|$.

1. Graphiquement :
   (a) pourquoi f n'est-elle pas dérivable en 0 ?
   (b) que vaut $f'(0)$ « à gauche de 0 », « à droite de 0 » ?
2. Algébriquement :
   (a) Vérifier que $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}(0) = \frac{|h|}{h}$.
   (b) En distinguant les cas $h > 0$ et $h < 0$, retrouver les résultats de la question 1.

Exercice 7 :

Soit $f : x \mapsto x|x|$ définie sur $\mathbb{R}^+$.
Démontrer que f est dérivable en 0 et donner $f'(0)$.

Exercice 8 :

Soit $f : x \mapsto \dfrac{1}{1+|x|}$ définie sur $\mathbb{R}$.
Démontrer que f n'est pas dérivable en 0.