



Méthode d'Euler



Objectif

Étudier et traiter LA fonction f vérifiant les deux propriétés suivantes :

1. pour tout réel x , $f'(x) = f(x)$;
2. $f(0) = 1$.

La démonstration de l'existence d'une telle fonction étant hors programme. Nous allons nous contenter de tracer sa courbe représentative en utilisant l'algorithme d'Euler. Pour cela, nous allons prendre des intervalles $[a; a + h]$, avec h très proche de 0, et par la suite assimiler la courbe représentative de f à sa tangente au point d'abscisse a . En effet, sur un intervalle assez petit $[a; a + h]$, la tangente est très proche de la courbe.

Démarches

Partie 1 : GeoGebra

1. Soit $h > 0$. Rappeler la définition du nombre dérivé de la fonction f en $x = a$.
2. Expliquer pourquoi on peut écrire au voisinage de a : $f(a + h) \approx f(a) + hf'(a)$.
3. On choisit de partager l'intervalle $[0; 1]$ en dix intervalles réguliers, appelés subdivision régulière.
 - (a) Quel sera le pas h de la subdivision ?
 - (b) Donner une approximation affine de $f(0, 1)$.
 - (c) Quelle est la valeur approximative de $f'(0, 1)$?
 - (d) En déduire une approximation affine de $f(0, 2)$.
4. Compléter le tableur suivant en indiquant les formules à saisir dans les cellules B3 et C3.

B3		= B2 + A2						
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	h	Abcisse	Ordonnée					
2	0.1	0	1					
3	0.1	0.1	1.1					
4	0.1	0.2	1.21					
5	0.1							

5. Placer les points sur le repère.



Partie 1 : suite

- Comment obtenir une courbe plus précise?
- Faire des essais en cliquant sur [GeoGebra](#).

Partie 2 : Python

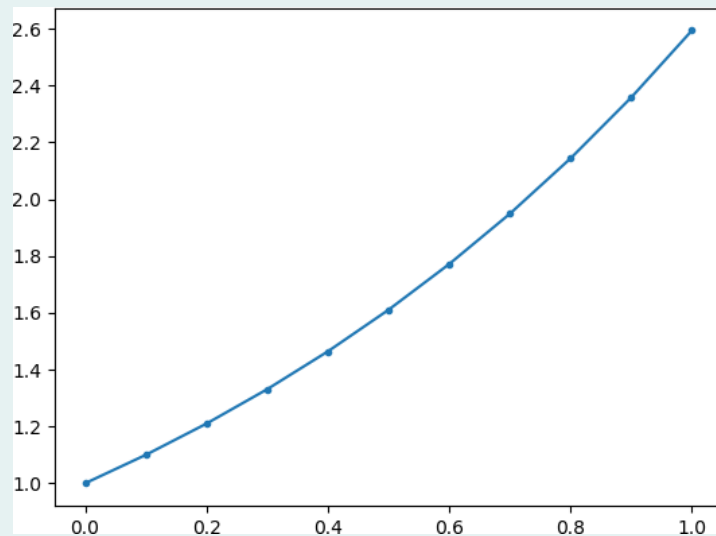
Le programme Python suivant permet d'automatiser la construction des segments :

```
from matplotlib import pyplot as plt
n = .....
x = [] #liste des abscisses
y = [] #liste des ordonnées
x = x + [0]
y = y + [1]
for k in range(1, n + 1):
    a = float(x[k - 1]) + 1/n
    x = x + [a]
    b = (1 + 1/n)*float(y[k - 1])
    y = y + [b]
# Affichage des points dans le repère
plt.clf()
plt.plot(x, y, marker='o', linestyle='--')
plt.show()
```

- Expliquer le code des lignes 7 à 11.

.....
.....
.....
.....

- Quelle est la valeur de n qui permet d'obtenir cette figure?



- Quelle est la valeur de n qui permet d'obtenir cette figure?

